

Μέθοδοι Κατανόησης- Αναλυτικές Λύσεις Φύλλων Εργασίας Απαντήσεις

Αναλυτικές Λύσεις Φύλλων Εργασίας	2
Παροράματα	78

Μέθοδοι Κατανόησης - Αναλυτικές Λύσεις Φύλλων Εργασίας Απαντήσεις

Φύλλο Εργασίας 1

1. δ

2. γ

3. α

4. γ

5. γ

6. α) Σ, β) Λ, γ) Σ, δ) Λ, ε) Σ, στ) Σ, ζ) Σ, η) Λ, θ) Σ, ι) Λ, κ) Σ, λ) Λ, μ) Σ, ν) Σ

7. Σωστή απάντηση είναι η γ)

Από την Α.Δ.Ο. προκύπτει:

$$\begin{aligned}\vec{p}_{ολ(πριν)} &= \vec{p}_{ολ(μετά)} \Rightarrow \\ m_A v_A &= (m_A + m_B) v_K \Rightarrow \\ m_A v_A &= (m_A + 3m_A) v_K \Rightarrow v_K = \frac{v_A}{4}\end{aligned}$$

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σφαιρών κατά την κρούση είναι:

$$\begin{aligned}\Delta K &= \frac{1}{2}(m_A + m_B) v_K^2 - \frac{1}{2} m_A v_A^2 \Rightarrow \\ \Delta K &= \frac{1}{2}(m_A + 3m_A) \frac{v_A^2}{16} - \frac{1}{2} m_A v_A^2 \Rightarrow \\ \Delta K &= -\frac{3}{8} m_A v_A^2\end{aligned}$$

8. Σωστή απάντηση είναι η α)

Από την Α.Δ.Ο. και από τη διατήρηση της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$\begin{aligned}v_1' &= -v_2' \Rightarrow \frac{(m_1 - m_2) \cdot v_1}{m_1 + m_2} = -\frac{2 \cdot m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow \\ m_2 &= 3m_1\end{aligned}$$

9. Σωστή απάντηση είναι η α)

Η κρούση είναι ελαστική επομένως προκύπτει:

$$\begin{aligned}v_2' &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \Rightarrow v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + 3m_1} v_1 \Rightarrow \\ v_2' &= \frac{v_1}{2}\end{aligned}$$

Το ποσοστό επί τοις εκατό της αρχικής κινητικής ενέργειας του Σ_1 που μεταβιβάστηκε στο Σ_2 κατά την κρούση είναι:

$$\begin{aligned}\Pi\% &= \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2'^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} 100\% \Rightarrow \\ \Pi\% &= \frac{\frac{1}{2} 3m_1 \frac{v_1^2}{4}}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} 100\% \Rightarrow \Pi\% = 75\%\end{aligned}$$

10. Σωστή απάντηση είναι η α)

Ισχύει:

$$\begin{aligned}v_1' &= \frac{(m_1 - m_2) \cdot v_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow \\ -\frac{v_1}{4} &= \frac{(m_1 - m_2) \cdot v_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{5} \Rightarrow \\ \frac{m_1}{m_2} &= 0,6\end{aligned}$$

11. Σωστή απάντηση είναι η γ)

Από τη διατήρηση της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$\begin{aligned}K_1 + K_2 &= K_1' + K_2' \Rightarrow \\ K_1 - K_1' &= K_2' - K_2 \Rightarrow -\Delta K_1 = \Delta K_2 \Rightarrow \\ \Delta K_1 &= -(-100)J \Rightarrow \Delta K_1 = +100J\end{aligned}$$

12. Σωστή απάντηση είναι η β)

Για την κινητική ενέργεια της Σ_1 λίγο πριν την κρούση έχουμε:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 (1)$$

Από την Α.Δ.Ο. προκύπτει:

$$mv = (m + m)v_k \Rightarrow v_k = \frac{v}{2}$$

Για την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση έχουμε:

$$K_{\text{συσ}} = \frac{1}{2} (m + m) v_k^2 \Rightarrow$$

$$K_{\text{συσ}} = \frac{1}{2} (m + m) \frac{v^2}{4} (2)$$

Από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει:

$$K_{\text{συσ}} = \frac{K}{2}$$

13. α) Από τη διατήρηση της κινητικής ενέργειας και την αρχή διατήρησης της ορμής για την ελαστική κρούση, προκύπτουν:

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow$$

$$v_1' = \left[\frac{(2 - 6) \cdot 2 + 2 \cdot 6 \cdot (-1)}{2 + 6} \right] \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$v_1' = -2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow$$

$$v_2' = \left[\frac{(6 - 2) \cdot (-1) + 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 + 6} \right] \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$v_2' = +0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

β) Η αλγεβρική τιμή της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_1 κατά την κρούση, υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\Delta p_1 = p_{1,\text{μετά}} - p_{1,\text{πριν}} \Rightarrow$$

$$\Delta p_1 = m_1 v_1' - m_1 v_1 \Rightarrow$$

$$\Delta p_1 = (-2 \cdot 2,5 - 2 \cdot 2) \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$\Delta p_1 = -9 \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Η αλγεβρική τιμή της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_2 κατά την κρούση, υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\Delta p_2 = p_{2,\text{μετά}} - p_{2,\text{πριν}} \Rightarrow$$

$$\Delta p_2 = m_2 v_2' - m_2 v_2 \Rightarrow$$

$$\Delta p_2 = [6 \cdot 0,5 - 6 \cdot (-1)] \cdot \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$\Delta p_2 = +9 \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

γ) Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 κατά την κρούση είναι:

$$\Delta K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \Rightarrow$$

$$\Delta K_1 = \left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6,25 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 \right) \text{J} \Rightarrow$$

$$\Delta K_1 = 2,25 \text{J}$$

δ) Για το ζητούμενο ποσοστό ισχύει:

$$\Pi(\%) = \frac{\Delta K_2}{K_2} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi(\%) = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2'^2 - \frac{1}{2} m_2 v_2^2}{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi(\%) = \frac{0,25 - 1}{1} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi\% = -75\%$$

14. α) Από την Α.Δ.Ο. και από τη διατήρηση της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow v_1' = \frac{(m_1 - 4m_1)v_1}{m_1 + 4m_1} \Rightarrow$$

$$v_1' = \frac{-3v_1}{5} \Rightarrow v_1' = \left(\frac{-3 \cdot 10}{5} \right) \frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$v_1' = -6 \frac{m}{s}$$

β) Από την Α.Δ.Ο. και από τη διατήρηση της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$v_2' = \frac{2m_1v_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow v_2' = \frac{2m_1v_1}{m_1 + 4m_1} \Rightarrow$$

$$v_2' = \frac{2v_1}{5} \Rightarrow v_2' = \left(\frac{2 \cdot 10}{5} \right) \frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$v_2' = +4 \frac{m}{s}$$

γ) Για το ζητούμενο ποσοστό ισχύει:

$$\Pi\% = \frac{\frac{1}{2}m_1v_1'^2 - \frac{1}{2}m_1v_1^2}{\frac{1}{2}m_1v_1^2} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi\% = \frac{36 - 100}{100} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi\% = -64\%$$

δ) Από την Α.Δ.Ο. έχουμε:

$$p_1 + p_2 = p_1' + p_2' \Rightarrow$$

$$p_1 - p_1' = p_2' - p_2 \Rightarrow -\Delta p_1 = \Delta p_2 \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta p_1}{\Delta p_2} = -1$$

ε) Για το ζητούμενο ποσοστό ισχύει:

$$\Pi'(\%) = \frac{E_{\text{μετ}}}{K_1} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi'(\%) = \frac{\frac{1}{2}m_2v_2'^2}{\frac{1}{2}m_1v_1^2} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi'(\%) = \frac{4 \cdot m_1 \cdot 16}{m_1 \cdot 100} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi'(\%) = 64\%$$

15. α) Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σώματος Σ_1 στο τεταρτοκύκλιο. Προκύπτει:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{w_1} + W_{N_1} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 - 0 = m_1gR + 0 \Rightarrow$$

$$|v_1| = \sqrt{2gR} \Rightarrow |v_1| = \left(\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,8} \right) \frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$|v_1| = 4 \frac{m}{s}$$

β) Η κρούση είναι κεντρική και ελαστική και τα δύο σώματα έχουν ίσες μάζες, επομένως ανταλλάσσουν ταχύτητες. Ισχύει:

$$v_1' = v_2 \Rightarrow v_1' = 0 \Rightarrow |v_1'| = 0$$

$$v_2' = v_1 \Rightarrow v_2' = 4 \frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$|v_2'| = 4 \frac{m}{s}$$

γ) Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σώματος Σ_2 στο οριζόντιο δάπεδο. Προκύπτει:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{T_2} + W_{N_2} + W_{w_2} \Rightarrow$$

$$0 - \frac{1}{2}m_2v_2'^2 = -\mu m_2gs + 0 + 0 \Rightarrow$$

$$\mu = \frac{v_2'^2}{2gs} \Rightarrow \mu = \left(\frac{16}{2 \cdot 10 \cdot 2} \right) \Rightarrow$$

$$\mu = 0,4$$

16. α) Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ο. προκύπτει:

$$\vec{p}_{\text{ολ}(\pi\rho\iota\nu)} = \vec{p}_{\text{ολ}(\mu\epsilon\tau\acute{\alpha})} \Rightarrow \vec{p}_{1(\pi\rho\iota\nu)} + \vec{p}_{2(\pi\rho\iota\nu)} = \vec{p}_\kappa \Rightarrow$$

$$m_1|v_1| + 0 = (m_1 + m_2)|v_\kappa| \Rightarrow$$

$$|v_k| = \frac{m_1 |v_1|}{m_1 + m_2} \Rightarrow |v_k| = \left(\frac{2 \cdot 10}{2 + 8} \right) \frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$|v_k| = 2 \frac{m}{s}$$

β) Η μεταβολή της ορμής του Σ_1 λόγω της κρούσης είναι:

$$\Delta p_1 = p_{1, \text{μετ}} - p_{1, \text{πριν}} \Rightarrow \Delta p_1 = m_1 v_k - m_1 v_1 \Rightarrow$$

$$\Delta p_1 = (2 \cdot 2 - 2 \cdot 10) \text{ kg} \cdot \frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$\Delta p_1 = -16 \text{ kg} \cdot \frac{m}{s}$$

Για το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο σώμα Σ_1 από το Σ_2 έχουμε:

$$|F| = \frac{|\Delta p_1|}{\Delta t} \Rightarrow |F| = \left(\frac{16}{0,01} \right) \text{ N} \Rightarrow$$

$$|F| = 1600 \text{ N}$$

γ) Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας λόγω της κρούσης υπολογίζεται με τη βοήθεια της σχέσης:

$$E_{\text{απ}} = K_{\text{ολ, πριν}} - K_{\text{τελ, μετά}} \Rightarrow$$

$$E_{\text{απ}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_k^2 \Rightarrow$$

$$E_{\text{απ}} = \left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^2 \right) \text{ J} - \left[\frac{1}{2} \cdot (2 + 8) \cdot 2^2 \right] \text{ J} \Rightarrow$$

$$E_{\text{απ}} = 80 \text{ J}$$

δ) Η θερμότητα που εκλύθηκε κατά την κρούση είναι ίση με την απώλεια της μηχανικής ενέργειας δηλαδή:

$$Q = E_{\text{απ}} \Rightarrow Q = 80 \text{ J}$$

Το ζητούμενο ποσοστό % είναι:

$$\Pi(\%) = \frac{Q}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} 100\% \Rightarrow \Pi(\%) = \frac{80}{100} 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi(\%) = 80\%$$

ε) Το ζητούμενο ποσοστό επί τοις εκατό είναι:

$$\Pi'(\%) = \frac{\frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_k^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi'(\%) = \frac{100 - 20}{100} 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi'(\%) = 80\%$$

Φύλλο Εργασίας 2

1. γ

2. γ

3. δ

4. α) Σ, β) Λ, γ) Λ, δ) Σ

5. Σωστή απάντηση είναι η β)

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο.:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_k \Rightarrow p_k = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} \Rightarrow$$

$$(m_1 + m_2)^2 v_k^2 = m_1^2 v_1^2 + m_2^2 v_2^2 \Rightarrow$$

$$v_k^2 = \frac{m_1^2 v_1^2 + m_2^2 v_2^2}{(m_1 + m_2)^2}$$

Ισχύει:

$$K_{\text{συσ}} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_k^2 \Rightarrow$$

$$K_{\text{συσ}} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \frac{m_1^2 v_1^2 + m_2^2 v_2^2}{(m_1 + m_2)^2} \Rightarrow$$

$$K_{\text{συσ}} = \frac{m_1^2 v_1^2 + m_2^2 v_2^2}{2(m_1 + m_2)} \Rightarrow$$

$$K_{\text{συσ}} = \left(\frac{64 + 36}{2 \cdot 5} \right) \text{ J} \Rightarrow$$

$$K_{\text{συσ}} = 10 \text{ J}$$

6. Σωστή απάντηση είναι η β)

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την πλαστική κρούση. Ισχύει:

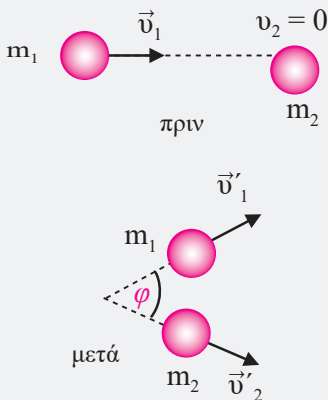
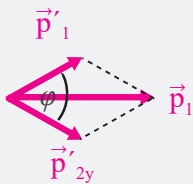
$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_k \Rightarrow p_k = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2\cos\varphi} \Rightarrow$$

$$\left(2m\frac{v}{2}\right)^2 = (mv)^2 + (mv)^2 + 2mv\cdot mv\cos\varphi \Rightarrow$$

$$\cos\varphi = -\frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\varphi = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$$

7. Σωστή απάντηση είναι η γ)



Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σφαιρών:

$$\vec{p}_{\text{ολ}(\text{πριν})} = \vec{p}_{\text{ολ}(\text{μετά})} \Rightarrow \vec{p}_1 + 0 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \Rightarrow$$

$$p_1 = \sqrt{p_1'^2 + p_2'^2 + 2p_1'p_2'\cos\varphi} \Rightarrow$$

$$m_1^2 v_1^2 = m_1^2 v_1'^2 + m_2^2 v_2'^2 + 2m_1 v_1' m_2 v_2' \cos\varphi \Rightarrow$$

$$v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2 + 2v_1'v_2'\cos\varphi (1)$$

Από την αρχή διατήρησης της κινητικής ενέργειας για την ελαστική κρούση προκύπτει:

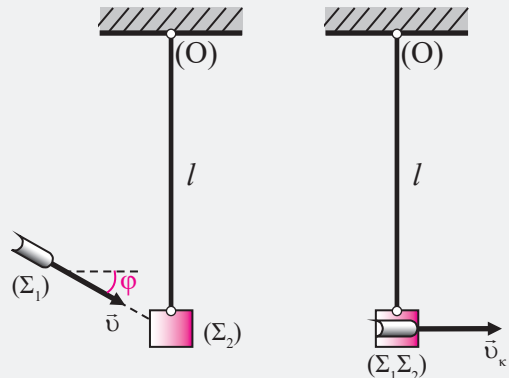
$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \Rightarrow$$

$$v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2 (2)$$

Από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει:

$$2v_1'v_2'\cos\varphi = 0 \Rightarrow \cos\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 90^\circ$$

8. Σωστή απάντηση είναι η α)



Ισχύει:

$$K_0 = \frac{1}{2} m v_0^2$$

Για την πλαστική κρούση εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. στον οριζόντιο άξονα x'x. Έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{ολ},x(\text{πριν})} = \vec{p}_{\text{ολ},x(\text{μετά})} \Rightarrow$$

$$mv\cos\varphi = 2mv_k \Rightarrow \frac{\sqrt{3}v}{2} = 2v_k \Rightarrow v_k = \frac{\sqrt{3}v}{4}$$

Η θερμότητα που εκλύεται κατά την κρούση υπολογίζεται από τη σχέση:

$$Q = \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{1}{2} 2m v_k^2 \Rightarrow$$

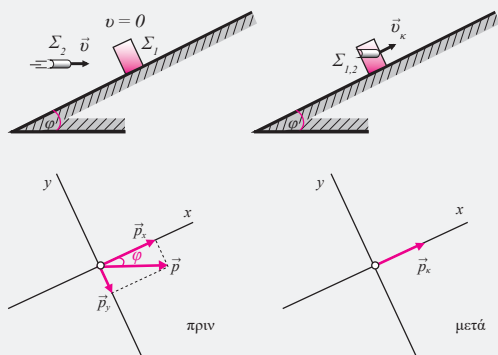
$$Q = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} 2m \frac{3v^2}{16} \Rightarrow$$

$$Q = K_0 - \frac{3K_0}{8} \Rightarrow Q = \frac{5K_0}{8}$$

Προκύπτει:

$$\frac{Q}{K_0} = \frac{\frac{5K_0}{8}}{K_0} \Rightarrow \frac{Q}{K_0} = \frac{5}{8}$$

9. Σωστή απάντηση είναι η β)



Ισχύει:

$$K_0 = \frac{1}{2}mv^2$$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. στον άξονα x. Προκύπτει:

$$\vec{p}_{ολ,x(πριν)} = \vec{p}_{ολ,x(μετά)} \Rightarrow$$

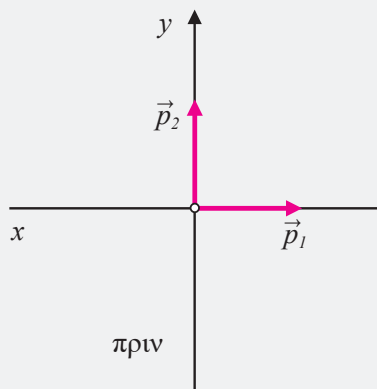
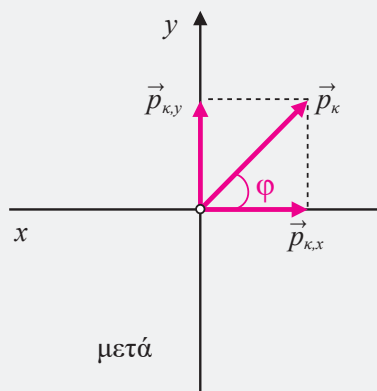
$$mv \sin \varphi = (M+m)v_k \Rightarrow v_k = \frac{v}{8}$$

Η απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση υπολογίζεται από τη σχέση:

$$E_{απ} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}4mv_k^2 \Rightarrow$$

$$E_{απ} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}4m\left(\frac{v}{8}\right)^2 \Rightarrow E_{απ} = \frac{15K_0}{16}$$

10.



α) Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ο. στον άξονα x προκύπτει:

$$|p_1| = |p_k| \cdot \sin \varphi \Rightarrow$$

$$m_1 |v_1| = (m_1 + m_2) |v_k| \cdot \sin \varphi \Rightarrow$$

$$|v_k| = \frac{m_1 |v_1|}{(m_1 + m_2) \cdot \sin \varphi} \Rightarrow$$

$$|v_k| = \left(\frac{2 \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}{(2+1) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} \right) \frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$|v_k| = 4 \frac{m}{s}$$

β) Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ο. στον άξονα y προκύπτει:

$$|p_2| = |p_k| \cdot \eta \mu \varphi \Rightarrow$$

$$m_2 |v_2| = (m_1 + m_2) |v_k| \cdot \eta \mu \varphi \Rightarrow$$

$$|v_2| = \frac{(m_1 + m_2) |v_k| \cdot \eta \mu \varphi}{m_2} \Rightarrow$$

$$|v_2| = \left[\frac{(2+1) \cdot 4 \cdot 0,5}{1} \right] \frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$|v_2| = 6 \frac{m}{s}$$

γ) Για τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας ισχύει:

$$\Delta K = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_k^2 - \frac{1}{2}m_1v_1^2 - \frac{1}{2}m_2v_2^2 \Rightarrow$$

$$\Delta K = \left[\frac{1}{2} \cdot (2+1) \cdot 16 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 27 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 36 \right] \text{J} \Rightarrow$$

$$\Delta K = -21 \text{J}$$

δ) Το ζητούμενο ποσοστό % θα είναι:

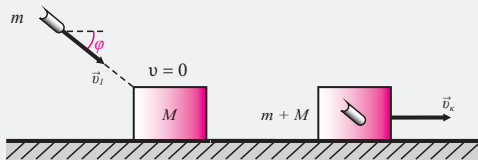
$$\Pi(\%) = \frac{Q}{K_{\text{ολ, αρχ}}} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi(\%) = \frac{\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_k^2}{\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi(\%) = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 27 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 36 - \frac{1}{2} \cdot (2+1) \cdot 16}{\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 27 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 36} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi(\%) = \frac{700}{15} \%$$

11.



α) Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. στον οριζόντιο άξονα x. Προκύπτει:

$$\vec{p}_{\text{ολ, x(πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ, x(μετά)}} \Rightarrow$$

$$m|v_1|\sigma\eta\varphi = (m + M)|v_k| \Rightarrow$$

$$|v_k| = \frac{m|v_1|\sigma\eta\varphi}{m + M} \Rightarrow$$

$$|v_k| = \left(\frac{200 \cdot 0,1 \cdot 0,8}{1} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow |v_k| = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Για την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος έχουμε:

$$K_{\text{συσ}} = \frac{1}{2}(m + M)v_k^2 \Rightarrow$$

$$K_{\text{συσ}} = \frac{1}{2}(m + M)v_k^2 \Rightarrow$$

$$K_{\text{συσ}} = \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 256 \right) \text{J} \Rightarrow$$

$$K_{\text{συσ}} = 128 \text{J}$$

β) Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του συσσωματώματος στο οριζόντιο δάπεδο. Προκύπτει:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_T + W_N + W_{w_{\text{ολ}}} \Rightarrow$$

$$0 - K_{\text{συσ}} = -\mu(m + M)gs + 0 + 0 \Rightarrow$$

$$\mu = \frac{K_{\text{συσ}}}{(m + M)gs} \Rightarrow \mu = \frac{128}{1 \cdot 10 \cdot 128} \Rightarrow$$

$$\mu = 0,1$$

Φύλλο Εργασίας 3

1. δ

2. α

3. α

4. α

5. β

6. α) Σ, β) Σ, γ) Σ, δ) Λ, ε) Σ, στ) Λ, ζ) Σ, η) Σ, θ) Σ, ι) Σ, κ) Σ, λ) Σ, μ) Σ

7. Σωστή απάντηση είναι η α)

Σώμα Σ₁:

Για τη γωνιακή επιτάχυνση ισχύει:

$$\alpha_{\text{γων,1}} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_{\text{γων,1}} = \frac{2\omega - 0}{t} \Rightarrow$$

$$\alpha_{\text{γων,1}} = \frac{2\omega}{t}(1)$$

Σώμα Σ₂:

Για τη γωνιακή επιτάχυνση ισχύει:

$$\alpha_{\gamma\omega\nu,2} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu,2} = \frac{\omega - 4\omega}{t} \Rightarrow$$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu,2} = \frac{-3\omega}{t} (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει:

$$\frac{\alpha_{\gamma\omega\nu,1}}{\alpha_{\gamma\omega\nu,2}} = -\frac{2}{3}$$

8. Σωστή απάντηση είναι η γ)

A) $t_0 = 0 \rightarrow t_1 = 1\text{s}$

Υπολογίζουμε τον αριθμό των περιστροφών:

$$N = \frac{\Delta\theta}{2\pi} \Rightarrow N = \frac{\omega_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \Delta t^2}{2\pi} \Rightarrow$$

$$N = \left(\frac{10 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1}{2\pi} \right) \text{περ.} \Rightarrow$$

$$N = \frac{6}{\pi} \text{περ.} (1)$$

B) $t_1 = 1\text{s} \rightarrow t_2 = 2\text{s}$

Υπολογίζουμε τον αριθμό των περιστροφών:

$$N' = \frac{\Delta\theta'}{2\pi} \Rightarrow N' = \frac{\omega_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \Delta t^2}{2\pi} \Rightarrow$$

$$N' = \frac{(\omega_0 + \alpha_{\gamma\omega\nu} t_1) \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \Delta t^2}{2\pi} \Rightarrow$$

$$N' = \left(\frac{14 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1}{2\pi} \right) \text{περ.} \Rightarrow$$

$$N' = \frac{8}{\pi} \text{περ.} (2)$$

Από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει:

$$N' = \frac{4}{3} N$$

9. Σωστή απάντηση είναι η β)

Με εμβαδομέτρηση, για τη γωνιακή μετατόπιση προκύπτει:

$$\Delta\theta = \left[\frac{(10+20) \cdot 2}{2} + \frac{(10+20) \cdot 4}{2} \right] \text{rad} \Rightarrow$$

$$\Delta\theta = 90 \text{ rad}$$

Ο αριθμός των περιστροφών που εκτέλεσε το στερεό, από τη χρονική στιγμή $t = 2\text{s}$ έως τη χρονική στιγμή $t = 8\text{s}$, είναι:

$$N = \frac{\Delta\theta}{2\pi} \Rightarrow N = \frac{45}{\pi} \text{περ.}$$

10. Σωστή απάντηση είναι η γ)

Με εμβαδομέτρηση προκύπτει:

$$\Delta\omega = E_1 + E_2$$

$$\Delta\omega = [4 \cdot (5-4) + 2 \cdot (7-5)] \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$\Delta\omega = 8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

11. Σωστή απάντηση είναι η γ)

Για τη γωνιακή επιτάχυνση ισχύει:

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \left(\frac{10-0}{5-0} \right) \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \Rightarrow$$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Για το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας προκύπτει:

$$\alpha_{\text{cm}} = \alpha_{\gamma\omega\nu} R \Rightarrow \alpha_{\text{cm}} = (2 \cdot 0,75) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow$$

$$\alpha_{\text{cm}} = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

12. Σωστή απάντηση είναι η β)

Για το σημείο Z ισχύει:

$$v_Z = \omega R + \omega \frac{R}{2} \Rightarrow v_Z = \frac{3v_{\text{cm}}}{2}$$

Για το σημείο Δ ισχύει:

$$v_{\Delta} = \omega R - \omega \frac{R}{2} \Rightarrow v_{\Delta} = \frac{v_{cm}}{2}$$

Τελικά προκύπτει:

$$\frac{v_z}{v_{\Delta}} = \frac{\frac{3v_{cm}}{2}}{\frac{v_{cm}}{2}} \Rightarrow \frac{v_z}{v_{\Delta}} = 3$$

13. α) Για το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης ισχύει:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \alpha_{\gamma\omega\nu} t_1 \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\omega_1}{t_1} \Rightarrow \\ \alpha_{\gamma\omega\nu} &= \left(\frac{20}{4} \right) \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \Rightarrow \\ \alpha_{\gamma\omega\nu} &= 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

β) Ο αριθμός των περιστροφών υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} N &= \frac{\Delta\theta}{2\pi} \Rightarrow N = \frac{\frac{1}{2} \alpha_{\gamma\omega\nu} t_1^2}{2\pi} \Rightarrow \\ N &= \left(\frac{\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 16}{2\pi} \right) \text{περ.} \Rightarrow \\ N &= \frac{20}{\pi} \text{περ.} \end{aligned}$$

γ) Υπολογίζουμε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου τη χρονική στιγμή t_2 . Ισχύει:

$$\begin{aligned} \omega_2 &= \alpha_{\gamma\omega\nu} t_2 \Rightarrow \omega_2 = (5 \cdot 10) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \\ \omega_2 &= 50 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Για το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης ενός σημείου της περιφέρειας του δίσκου έχουμε:

$$\begin{aligned} \alpha_{\kappa} &= \omega_2^2 R \Rightarrow \alpha_{\kappa} = (50^2 \cdot 0,2) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow \\ \alpha_{\kappa} &= 500 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

14. α) Για το μέτρο της γωνιακής επιβράδυνσης ισχύει:

$$\begin{aligned} \alpha_{\gamma\omega\nu} &= \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \left(\frac{0-10}{5-0} \right) \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \Rightarrow \\ \alpha_{\gamma\omega\nu} &= -2 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \Rightarrow \\ |\alpha_{\gamma\omega\nu}| &= 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

β) Για τη γωνιακή ταχύτητα προκύπτει:

$$\begin{aligned} \omega &= \omega_0 - |\alpha_{\gamma\omega\nu}| \cdot \Delta t \Rightarrow \omega = (10 - 2 \cdot 3) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \\ \omega &= 4 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \end{aligned}$$

γ) Για τη γωνία στροφής ισχύει:

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= \omega_0 \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot |\alpha_{\gamma\omega\nu}| \cdot \Delta t^2 \Rightarrow \\ \Delta\theta &= \left(10 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 25 \right) \text{rad} \Rightarrow \\ \Delta\theta &= 25 \text{rad} \end{aligned}$$

δ) Για τον αριθμό των περιστροφών έχουμε:

$$\begin{aligned} N &= \frac{\Delta\theta}{2\pi} \Rightarrow N = \left(\frac{25}{2\pi} \right) \text{περ.} \Rightarrow \\ N &= \frac{12,5}{\pi} \text{περ.} \end{aligned}$$

15. α) Υπολογίζουμε τη χρονική στιγμή t_1 :

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \omega_0 - \alpha_{\gamma\omega\nu} t_1 \Rightarrow \frac{\omega_0}{2} = \omega_0 - \alpha_{\gamma\omega\nu} t_1 \Rightarrow \\ t_1 &= \frac{\omega_0}{2\alpha_{\gamma\omega\nu}} \Rightarrow t_1 = \left(\frac{20}{4} \right) \text{s} \Rightarrow t_1 = 5 \text{s} \end{aligned}$$

Για τη γωνία στροφής προκύπτει:

$$\Delta\theta = \omega_0 \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \Delta t^2 \Rightarrow$$

$$\Delta\theta = \left(20 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 25 \right) \text{rad} \Rightarrow$$

$$\Delta\theta = 75 \text{rad}$$

β) Υπολογίζουμε τη χρονική στιγμή $t_{\text{ολ}}$ που ακινητοποιείται ο δίσκος:

$$0 = \omega_0 - \alpha_{\gamma\omega\nu} t_{\text{ολ}} \Rightarrow t_{\text{ολ}} = \frac{\omega_0}{\alpha_{\gamma\omega\nu}} \Rightarrow$$

$$t_{\text{ολ}} = \left(\frac{20}{2} \right) \text{s} \Rightarrow t_{\text{ολ}} = 10 \text{s}$$

Βρίσκουμε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου τη χρονική στιγμή $t = t_{\text{ολ}} - 1 \text{s}$:

$$\omega = \omega_0 - \alpha_{\gamma\omega\nu} t \Rightarrow$$

$$\omega = (20 - 2 \cdot 9) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Υπολογίζουμε τον αριθμό των περιστροφών που εκτελεί ο δίσκος κατά τη χρονική διάρκεια 9s–10s:

$$N = \frac{\Delta\theta}{2\pi} \Rightarrow N = \frac{\omega \cdot \Delta t' - \frac{1}{2} \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \Delta t'^2}{2\pi} \Rightarrow$$

$$N = \left(\frac{2 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1}{2\pi} \right) \text{περ.} \Rightarrow$$

$$N = \frac{1}{2\pi} \text{ περ.}$$

γ) Για την κινητική ενέργεια του υλικού σημείου Δ ισχύει:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} m (\omega_1 R)^2 \Rightarrow$$

$$K = \frac{1}{2} m \left(\frac{\omega_0}{2} R \right)^2 \Rightarrow$$

$$K = \left[\frac{1}{2} \cdot 10^{-4} (10 \cdot 0,1)^2 \right] \text{J} \Rightarrow$$

$$K = 5 \cdot 10^{-5} \text{J}$$

16. α) Για τη γωνία στροφής έχουμε:

$$\Delta\theta = N \cdot 2\pi \Rightarrow \Delta\theta = \left(\frac{20}{\pi} \cdot 2\pi \right) \text{rad} \Rightarrow$$

$$\Delta\theta = 40 \text{rad}$$

β) Για το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας προκύπτει:

$$\Delta\theta = \omega \cdot \Delta t \Rightarrow \omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow \omega = \left(\frac{40}{4} \right) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$\omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

γ) Ο δίσκος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει, επομένως έχουμε:

$$s_{\text{cm}} = R \cdot \Delta\theta \Rightarrow s_{\text{cm}} = (0,2 \cdot 40) \text{m} \Rightarrow$$

$$s_{\text{cm}} = 8 \text{m}$$

δ) Για το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Δ ισχύει:

$$v_{\Delta} = \sqrt{v_{\text{cm}}^2 + (\omega R)^2} \Rightarrow$$

$$v_{\Delta} = \sqrt{2} v_{\text{cm}} \Rightarrow v_{\Delta} = \sqrt{2} \omega R \Rightarrow$$

$$v_{\Delta} = 2\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

17. α) Ο τροχός κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει, επομένως κάθε χρονική στιγμή το μέτρο της ταχύτητας του ανώτερου σημείου του τροχού είναι διπλάσιο από το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του.

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 3 \text{s}$ ισχύει:

$$v_{\text{αν},1} = 2v_{\text{cm},1} \Rightarrow v_{\text{cm},1} = \frac{v_{\text{αν},1}}{2} \Rightarrow$$

$$v_{\text{cm},1} = \left(\frac{2}{2} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_{\text{cm},1} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

β) Τη χρονική στιγμή $t_2 = 6\text{s}$ ισχύει:

$$v_{av,2} = 2v_{cm,2} \Rightarrow$$

$$v_{cm,2} = \frac{v_{av,2}}{2} \Rightarrow v_{cm,2} = \left(\frac{8}{2}\right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$v_{cm,2} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

γ) Κατά τη χρονική διάρκεια $3\text{s} - 6\text{s}$ ισχύει:

$$\alpha_{cm} = \frac{\Delta v_{cm}}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_{cm} = \left(\frac{4-1}{6-3}\right) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow \alpha_{cm} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του τροχού τη χρονική στιγμή $t_3 = 5\text{s}$ είναι:

$$v_{cm,3} = v_{cm,avx} + \alpha_{cm}(t-3) \Rightarrow$$

$$v_{cm,3} = (1+1 \cdot 2) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_{cm,3} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του τροχού τη χρονική στιγμή $t_3 = 5\text{s}$ είναι:

$$v_{cm,3} = \omega_3 R \Rightarrow \omega_3 = \frac{v_{cm,3}}{R} \Rightarrow$$

$$\omega_3 = \left(\frac{3}{0,5}\right) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega_3 = 6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

δ) Ο τροχός κυλίνει χωρίς να ολισθαίνει, επομένως το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσής του τη χρονική στιγμή t_3 υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \left(\frac{1}{0,5}\right) \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \Rightarrow$$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Φύλλο Εργασίας 4

1. α
2. δ
3. α

4. δ

5. β

6. α) Σ, β) Σ, γ) Σ, δ) Σ, ε) Λ, στ) Σ, ζ) Σ

7. Σωστή απάντηση είναι η β)

Ισχύει:

$$\Sigma \tau_M = \tau_{F_1} + \tau_{F_2} + \tau_{F_3} + \tau_{F_4} \Rightarrow$$

$$0 = 0 - F_2 \cdot \text{συν}60^\circ \cdot \frac{L}{6} - F_4 \frac{L}{4} + F_3 \frac{L}{2} \Rightarrow$$

$$F_2 \frac{L}{12} = -F \frac{L}{4} + F \frac{L}{2} \Rightarrow F_2 = 3F$$

8. Σωστή απάντηση είναι η γ)

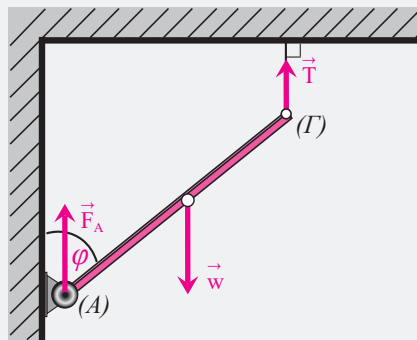
Ισχύει:

$$\Sigma \tau_O = \tau_{F_1} + \tau_{F_2} + \tau_{F_3} \Rightarrow$$

$$0 = F_1 \frac{R}{2} - F_2 R + F_3 R \Rightarrow$$

$$+2FR - FR = F_1 \frac{R}{2} \Rightarrow F_1 = 2F$$

9. Σωστή απάντηση είναι η α)



Για την ισορροπία της ράβδου ισχύει:

$$\Sigma \tau_A = 0 \Rightarrow TL \cdot \eta\mu\phi - w \frac{L}{2} \cdot \eta\mu\phi = 0 \Rightarrow$$

$$T = \frac{w}{2}$$

10. Σωστή απάντηση είναι η β)

Ισχύει:

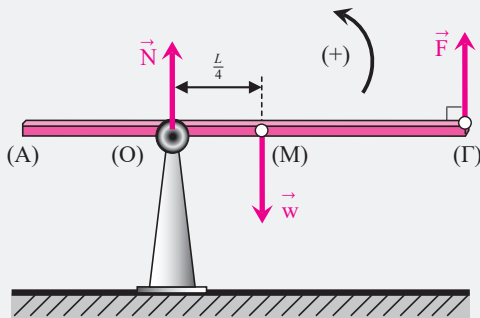
$$\Sigma \tau_M = \tau_{F_1} + \tau_{F_2} + \tau_{F_3} \Rightarrow$$

$$\Sigma \tau_M = -F_1 \cdot \eta \mu 30^\circ \cdot \frac{L}{2} + F_2 \cdot \frac{L}{2} - F_3 \cdot \frac{L}{4} \Rightarrow$$

$$\Sigma \tau_M = -F \frac{L}{4} - F \frac{L}{4} + F \frac{L}{2} \Rightarrow$$

$$\Sigma \tau_M = 0$$

11. Σωστή απάντηση είναι η γ)



Ισχύει:

$$\Sigma \tau_O = 0 \Rightarrow F \frac{3L}{4} - w \frac{L}{4} = 0 \Rightarrow F = \frac{w}{3}$$

Από τη συνθήκη ισορροπίας στον κατακόρυφο άξονα $y'y$ προκύπτει:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N + F = w \Rightarrow N + \frac{w}{3} = w \Rightarrow$$

$$N = \frac{2w}{3}$$

12. α) Ισχύει:

$$\tau_{F_1, O} = -F_1 \cdot \sigma \nu \nu 60^\circ \cdot R \Rightarrow$$

$$|\tau_{F_1, O}| = \frac{F_1 \cdot R}{2} \Rightarrow |\tau_{F_1, O}| = \left(\frac{2 \cdot 0,5}{2} \right) N \cdot m \Rightarrow$$

$$|\tau_{F_1, O}| = 0,5 N \cdot m$$

β) Επίσης ισχύει:

$$\tau_{F_2, O} = F_2 \cdot \eta \mu 30^\circ \cdot \frac{R}{2} \Rightarrow$$

$$|\tau_{F_2, O}| = \frac{F_2 \cdot R}{4} \Rightarrow |\tau_{F_2, O}| = \left(\frac{2 \cdot 0,5}{4} \right) N \cdot m \Rightarrow$$

$$|\tau_{F_2, O}| = 0,25 N \cdot m$$

γ) Για το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_3$ προκύπτει:

$$\Sigma \tau_O = \tau_{F_1, O} + \tau_{F_2, O} + \tau_{F_3, O} \Rightarrow$$

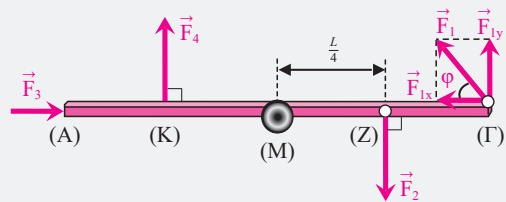
$$0 = \tau_{F_1, O} + \tau_{F_2, O} + F_3 \cdot R \Rightarrow$$

$$F_3 = -\frac{\tau_{F_1, O} + \tau_{F_2, O}}{R} \Rightarrow$$

$$F_3 = -\left(\frac{-0,5 + 0,25}{0,5} \right) N \Rightarrow$$

$$F_3 = 0,5 N$$

13. α)



κάτοψη

Από την ισορροπία στον άξονα x ισχύει:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{1x} = F_3 \Rightarrow F_1 \cdot \sigma \nu \nu \varphi = F_3 \Rightarrow$$

$$F_1 = \frac{F_3}{\sigma \nu \nu \varphi} \Rightarrow F_1 = \left(\frac{6}{0,6} \right) N \Rightarrow$$

$$F_1 = 10 N$$

β) Από την ισορροπία στον άξονα y ισχύει:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_4 + F_{1y} = F_2 \Rightarrow$$

$$F_4 + F_1 \cdot \eta \mu \varphi = F_2 \Rightarrow F_4 = F_2 - F_1 \cdot \eta \mu \varphi \Rightarrow$$

$$F_4 = (12 - 10 \cdot 0,8) N \Rightarrow$$

$$F_4 = 4 N$$

γ) Για την απόσταση AK προκύπτει:

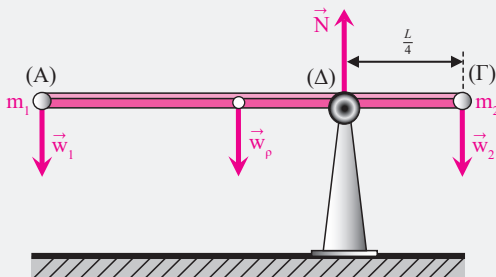
$$\Sigma \tau_A = 0 \Rightarrow F_4 \cdot AK - F_2 \frac{3L}{4} + F_1 \cdot \eta \mu \phi \cdot L = 0 \Rightarrow$$

$$AK = \frac{F_2 \frac{3L}{4} - F_1 \cdot \eta \mu \phi \cdot L}{F_4} \Rightarrow$$

$$AK = \left(\frac{12 \cdot \frac{3}{4} - 10 \cdot 0,8}{4} \right) m \Rightarrow$$

$$AK = 0,25 \text{ m}$$

14. α)



Από την ισορροπία της ράβδου, ισχύει:

$$\Sigma \tau_{\Delta} = 0 \Rightarrow w_1 \frac{3L}{4} + w_p \frac{L}{4} - w_2 \frac{L}{4} = 0 \Rightarrow$$

$$m_2 = \frac{3m_1 g + Mg}{g} \Rightarrow$$

$$m_2 = \left(\frac{6+10}{10} \right) \text{ kg} \Rightarrow$$

$$m_2 = 1,6 \text{ kg}$$

β) Προκύπτει:

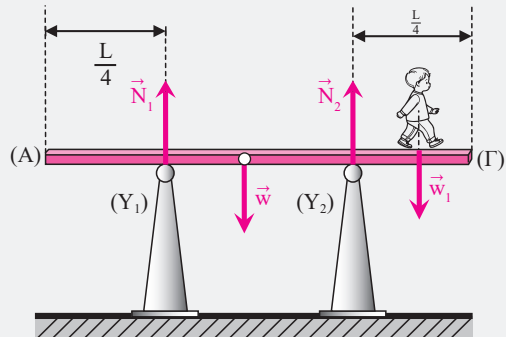
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - w_1 - w_p - w_2 = 0 \Rightarrow$$

$$N = m_1 g + Mg + m_2 g \Rightarrow$$

$$N = 2N + 10N + 16N \Rightarrow$$

$$N = 28N$$

15.



Έστω x η θέση του παιδιού ως προς το υποστήριγμα (2).

Έχουμε:

$$\Sigma \tau_{(2)} = 0 \Rightarrow -N_1 \frac{L}{2} + w \frac{L}{4} - w_1 x = 0 \Rightarrow$$

$$N_1 = 10 - 20x \text{ (S.I.)}$$

Για να μην ανατρέπεται η ράβδος θα πρέπει:

$$N_1 \geq 0 \Rightarrow 10 - 20x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0,5 \text{ m}$$

Επομένως, η ελάχιστη απόσταση από το άκρο Γ που μπορεί να πλησιάσει το παιδί από το άκρο Γ χωρίς η ράβδος να ανατραπεί είναι ίση με:

$$d_{\min} = 0,5 \text{ m}$$

Φύλλο Εργασίας 5

1. δ

2. α

3. γ

4. β

5. α

6. α) Σ, β) Σ, γ) Σ

7. Σωστή απάντηση είναι η β)

Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής για το σύστημα ράβδος-δαχτυλίδι προκύπτει:

$$L_{\alpha\phi\chi} = L_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow 2m\nu_1 \frac{L}{4} = 2m\nu_2 \frac{L}{2} \Rightarrow$$

$$2m\omega_1 \left(\frac{L}{4}\right)^2 = 2m\omega_2 \left(\frac{L}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\omega_1 = \frac{\omega_2 \left(\frac{L}{2}\right)^2}{\left(\frac{L}{4}\right)^2} \Rightarrow$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{4}$$

8. Σωστή απάντηση είναι η α)

Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής για το σφαιρίδιο προκύπτει:

$$L_{\alpha\phi\chi} = L_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow m\nu R = m\nu' \frac{R}{2} \Rightarrow$$

$$m\omega R^2 = m\omega' \frac{R^2}{4} \Rightarrow$$

$$\omega' = 4\omega$$

9. Για το μέτρο της στροφορμής προκύπτει:

$$L = m\nu r \Rightarrow L = (0,15 \cdot 0,2) \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$L = 0,1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

10. Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής έχουμε:

$$L_{\alpha} = L_{\pi} \Rightarrow m\nu_{\alpha} r_{\alpha} = m\nu_{\pi} r_{\pi} \Rightarrow \nu_{\pi} = \frac{\nu_{\alpha} r_{\alpha}}{r_{\pi}} \Rightarrow$$

$$\nu_{\pi} = 3\nu_{\alpha} \Rightarrow \nu_{\pi} = (3 \cdot 3310) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$\nu_{\pi} = 9930 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Φύλλο Εργασίας 6

1. γ

2. α

3. β

4. δ

5. α

6. α) Λ, β) Λ, γ) Λ, δ) Λ, ε) Σ

7. Σωστή απάντηση είναι η β)

Ισχύει:

$$\frac{\nu_{\max}}{\alpha_{\max}} = \frac{\omega A}{\omega^2 A} \Rightarrow \frac{\nu_{\max}}{\alpha_{\max}} = \frac{1}{\omega}$$

8. Σωστή απάντηση είναι η α)

Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος που δίνεται, είναι της μορφής

$$x = A\eta\mu\omega t$$

Συγκρίνοντας τον παραπάνω γενικό τύπο με τη δοθείσα εξίσωση της απομάκρυνσης, προκύπτουν τα εξής δεδομένα:

Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος είναι:

$$A = 0,2 \text{ m.}$$

και η γωνιακή συχνότητα είναι:

$$\omega = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Κάνουμε χρήση του τύπου (με απόδειξη):

$$\nu_1 = \pm \omega \sqrt{A^2 - x_1^2} \Rightarrow$$

$$\nu_1 = \left(\pm 5 \sqrt{0,2^2 - 0,1^2} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$|\nu_1| = 0,5\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

9. Σωστή απάντηση είναι η α)

Κάνουμε χρήση του τύπου (με απόδειξη):

$$\nu_1 = \pm \omega \sqrt{A^2 - x_1^2} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{\nu_1^2}{\omega^2} + x_1^2} \Rightarrow$$

$$A = \sqrt{\frac{\nu_1^2}{\omega^2} + x_1^2} \Rightarrow A = \left(\sqrt{\frac{0,16}{0,25} + 0,36} \right) \text{ m} \Rightarrow$$

$$A = 1 \text{ m}$$

Το διανυόμενο διάστημα είναι:

$$s = 4A \Rightarrow s = (4 \cdot 1) \text{ m} \Rightarrow s = 4 \text{ m}$$

10. Σωστή απάντηση είναι η α)

Από το διάγραμμα έχουμε:

$$A = 0,2 \text{ m και } \alpha_{\max} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Υπολογίζουμε τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης. Ισχύει:

$$\alpha_{\max} = \omega^2 A \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{\alpha_{\max}}{A}} \Rightarrow$$

$$\omega = \left(\sqrt{\frac{20}{0,2}} \right) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Για τη συχνότητα της ταλάντωσης έχουμε:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow f = \left(\frac{10}{2\pi} \right) \text{ Hz} \Rightarrow f = \frac{5}{\pi} \text{ Hz}$$

11. Σωστή απάντηση είναι η β)

Από το διάγραμμα προκύπτει ότι η φάση της ταλάντωσης είναι της μορφής $\varphi = \omega t$, όπου ισχύει:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \omega = \left(\frac{20-0}{5-0} \right) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = 4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος είναι:

$$A = \frac{d}{2} \Rightarrow A = \left(\frac{1}{2} \right) \text{ m} \Rightarrow A = 0,5 \text{ m}$$

Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα θα είναι η:

$$\Rightarrow x = 0,5\eta\mu 4t (\text{S.I.})$$

12. α) Η χρονική εξίσωση της επιτάχυνσης του σώματος που δίνεται, είναι της μορφής:

$$\alpha = -\alpha_{\max} \eta\mu (\omega t + \varphi_0)$$

Συγκρίνοντας τον παραπάνω γενικό τύπο με τη δοθείσα εξίσωση επιτάχυνσης, προκύπτουν τα εξής δεδομένα:

Η μέγιστη επιτάχυνση του σώματος είναι

$$\alpha_{\max} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ και η γωνιακή συχνότητα είναι}$$

$$\omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Για το πλάτος της ταλάντωσης έχουμε:

$$\alpha_{\max} = \omega^2 A \Rightarrow A = \frac{\alpha_{\max}}{\omega^2} \Rightarrow A = \left(\frac{10}{100} \right) \text{ m} \Rightarrow$$

$$A = 0,1 \text{ m}$$

β) Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας του σώματος είναι:

$$v = v_{\max} \sigma\upsilon\nu (\omega t + \varphi_0) \Rightarrow$$

$$v = \omega A \sigma\upsilon\nu (\omega t + \varphi_0) \Rightarrow$$

$$v = 1 \cdot \sigma\upsilon\nu \left(10t + \frac{\pi}{2} \right) (\text{S.I.})$$

Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{60} \text{ s}$ η ταχύτητα του σώματος είναι:

$$v_1 = 1 \cdot \sigma\upsilon\nu \left(10t + \frac{\pi}{2} \right) \Big|_{t=t_1=\frac{\pi}{60} \text{ s}} \Rightarrow$$

$$v_1 = 1 \cdot \sigma\upsilon\nu \left(10 \cdot \frac{\pi}{60} + \frac{\pi}{2} \right) \Rightarrow$$

$$v_1 = \left(1 \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{4\pi}{6} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$$

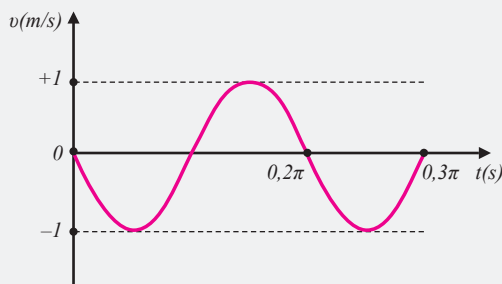
$$v_1 = -0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

γ) Η περίοδος της ταλάντωσης είναι:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \left(\frac{2\pi}{10} \right) \text{ s} \Rightarrow T = 0,2\pi \text{ s}$$

Η χρονική στιγμή $t_2 = 0,3\pi \text{ s}$ αντιστοιχεί σε χρονικό διάστημα μιάμισης περιόδου ($t_2 = 1,5T$).

Το διάγραμμα της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο είναι το ακόλουθο:



13. α) Από το διάγραμμα προκύπτει ότι:

$$v_{\max} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ και } T = 0,1\pi \text{ s}$$

Η συχνότητα της ταλάντωσης είναι:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \left(\frac{1}{0,1\pi} \right) \text{ Hz} \Rightarrow$$

$$f = \frac{10}{\pi} \text{ Hz}$$

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης θα είναι:

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = \left(2\pi \cdot \frac{10}{\pi} \right) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Για το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης ισχύει:

$$v_{\max} = \omega A \Rightarrow A = \frac{v_{\max}}{\omega} \Rightarrow A = \left(\frac{4}{20} \right) \text{ m} \Rightarrow$$

$$A = 0,2 \text{ m}$$

β) Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι τη χρονική στιγμή $t = 0$ η ταχύτητα του σώματος είναι $v = 0$, άρα βρίσκεται σε ακραία θέση της ταλάντωσης του και όχι στη θέση ισορροπίας του. Επομένως, η ταλάντωση έχει αρχική φάση. Επιπλέον, ισχύει ότι μετά τη χρονική στιγμή $t = 0$ η ταχύτητα του είναι $v < 0$ οπότε το σώμα βρίσκεται στη θετική ακραία θέση ($x = +A$).

Έτσι προκύπτει:

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow$$

$$A = A\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = 1 \Rightarrow$$

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

γ) Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος είναι:

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow$$

$$x = 0,2\eta\mu\left(20t + \frac{\pi}{2}\right) (\text{S.I.})$$

δ) Όπως προκύπτει από το παραπάνω σχήμα το σώμα θα περάσει για τρίτη φορά από τη θέση ισορροπίας του τη χρονική στιγμή:

$$t_1 = \frac{T}{2} + \frac{3T}{4} \Rightarrow t_1 = \frac{5T}{4} \Rightarrow t_1 = \left(\frac{5 \cdot 0,1\pi}{4} \right) \text{ s} \Rightarrow$$

$$t_1 = 0,125\pi \text{ s}$$

14. Το ζητούμενο χρονικό διάστημα μπορεί να βρεθεί με δύο τρόπους.

α' τρόπος

Υπολογίζουμε τη χρονική στιγμή που το σώμα θα περάσει για πρώτη φορά από τη θέση $x = -0,2\sqrt{2}\text{m}$ κινούμενο προς την ακραία θέση του αρνητικού ημιιάξονα.

$$x = A\eta\mu\omega t \Rightarrow -0,2\sqrt{2} = 0,4\eta\mu\omega t \Rightarrow$$

$$\eta\mu\omega t = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\omega t = 2\pi + \frac{5\pi}{4} \Rightarrow \omega t = 2\pi + \frac{7\pi}{4}$$

Όμως επειδή το σώμα κινείται προς την ακραία θέση του αρνητικού ημιιάξονα, θέλουμε: $v < 0$.

$$v = v_{\max} \sin \omega t \Rightarrow \begin{aligned} \omega t = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{4} &\Rightarrow v < 0 \\ \omega t = 2\kappa\pi + \frac{7\pi}{4} &\Rightarrow v > 0 \end{aligned}$$

Οπότε δεκτή λύση

$$\begin{aligned} \omega t = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{4} &\Rightarrow t_1 = \frac{2\kappa\pi}{\omega} + \frac{5\pi}{4\omega} \xRightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \\ t_1 = \kappa T + \frac{5T}{8} \quad t_1 < T \text{ αρα } \kappa = 0 &\Rightarrow t_1 = \frac{5T}{8} \end{aligned}$$

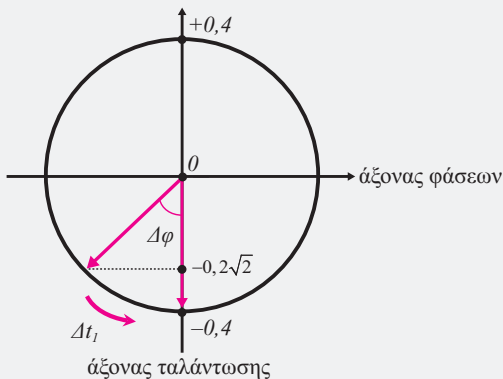
Η χρονική στιγμή που το σώμα φτάνει στην ακραία θέση του αρνητικού ημιάξονα είναι:

$$t_2 = \frac{3T}{4}$$

Τελικά έχουμε:

$$\begin{aligned} \Delta t = t_2 - t_1 &\Rightarrow \Delta t = \frac{3T}{4} - \frac{5T}{8} \Rightarrow \\ \Delta t = \frac{T}{8} &\Rightarrow \Delta t = 0,1\pi \text{ s.} \end{aligned}$$

β' τρόπος



Σχεδιάζουμε το στρεφόμενο διάνυσμα κατά τη μετάβαση του σώματος από τη χρονική κατά την οποία βρίσκεται τη θέση $x = -0,2\sqrt{2}\text{m}$ προς την ακραία θέση του αρνητικού ημιάξονα.

$$\eta\mu\Delta\varphi = \frac{|-0,2\sqrt{2}|}{0,4} \Rightarrow \eta\mu\Delta\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

Επίσης, για το χρονικό διάστημα Δt_1 ισχύει:

$$\begin{aligned} \omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t_1} &\Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\frac{\pi}{4}}{\omega} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\pi}{4\omega} \Rightarrow \\ \Delta t = \frac{T}{8} &\Rightarrow \Delta t = 0,1\pi \text{ s} \end{aligned}$$

15. α) Από τη δοθείσα εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης προκύπτει:

$$x = 0,8\sin 4t \Rightarrow x = 0,8\eta\mu\left(4t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (S.I.)}$$

Συγκρίνοντας με τη γενική μορφή

$$x = A\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

έχουμε:

$$A = 0,8\text{m}, \omega = 4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Για τη μέγιστη ταχύτητα έχουμε:

$$\begin{aligned} v_{\max} = \omega A &\Rightarrow v_{\max} = (4 \cdot 0,8) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \\ v_{\max} &= 3,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

β) Από τη σύγκριση επίσης προκύπτει:

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

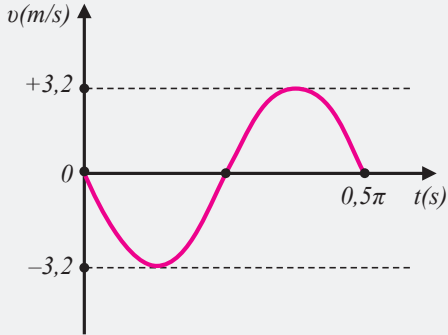
γ) Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας είναι η:

$$\begin{aligned} v &= v_{\max} \sin(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \\ v &= 3,2\sin\left(4t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \\ v &= -3,2\eta\mu 4t \text{ (S.I.)} \end{aligned}$$

Η περίοδος της απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \left(\frac{2\pi}{4}\right)s \Rightarrow T = 0,5\pi s$$

Το ζητούμενο διάγραμμα είναι:



16. α) Από το διάγραμμα έχουμε:

$$A = 0,2 \text{ m και } \alpha_{\max} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Για τη γωνιακή συχνότητα ισχύει:

$$\alpha_{\max} = \omega^2 A \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{\alpha_{\max}}{A}} \Rightarrow$$

$$\omega = \left(\sqrt{\frac{20}{0,2}}\right) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$\omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

β) Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας είναι η:

$$v = v_{\max} \sin \omega t \Rightarrow v = \omega A \sin \omega t \Rightarrow$$

$$v = 2 \sin 10t (\text{S.I.})$$

γ) Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 θα είναι:

$$\frac{dv}{dt} = \alpha_1 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \sin \omega t_1 \Rightarrow$$

$$\frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \sin \omega t_1 \Rightarrow$$

$$\frac{dv}{dt} = -\left[10^2 \cdot 0,2 \cdot \sin\left(10 \cdot \frac{\pi}{20}\right)\right] \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow$$

$$\frac{dv}{dt} = -20 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Φύλλο Εργασίας 7

1. β

2. α

3. γ

4. β

5. α

6. γ

7. Σωστή απάντηση είναι η β)

Συγκρίνοντας την εξίσωση $F = -40\eta\mu 5t (\text{S.I.})$

με τη γενική της μορφή $F = -DA\eta\mu\omega t (\text{S.I.})$

προκύπτει ότι:

$$\omega = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \text{ και}$$

$$DA = 40 \Rightarrow m\omega^2 A = 40 \Rightarrow 100A = 40 \Rightarrow$$

$$A = 0,4 \text{ m}$$

8. Σωστή απάντηση είναι η α)

Η μέγιστη ταχύτητα είναι:

$$v_{\max} = \omega A (1)$$

Η μέγιστη επιτάχυνση είναι:

$$\alpha_{\max} = \omega^2 A (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει:

$$\frac{v_{\max}}{\alpha_{\max}} = \frac{\omega A}{\omega^2 A} \Rightarrow \omega = \frac{\alpha_{\max}}{v_{\max}} \Rightarrow$$

$$\omega = \left(\frac{20}{5}\right) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = 4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Για τη μάζα του σώματος έχουμε:

$$D = m\omega^2 \Rightarrow m = \frac{D}{\omega^2} \Rightarrow m = \left(\frac{160}{4^2}\right) \text{kg} \Rightarrow$$

$$m = 10 \text{ kg}$$

9. Σωστή απάντηση είναι η β)

Από το διάγραμμα προκύπτει ότι:

$$F_{\text{επ,max}} = 40 \text{ N και } A = 0,4 \text{ m}$$

Για τη μάζα του σώματος προκύπτει:

$$F_{\varepsilon\pi, \max} = DA \Rightarrow F_{\varepsilon\pi, \max} = m\omega^2 A \Rightarrow$$

$$m = \frac{F_{\varepsilon\pi, \max}}{\omega^2 A} \Rightarrow m = \left(\frac{40}{10^2 \cdot 0,4} \right) \text{kg} \Rightarrow$$

$$m = 1 \text{kg}$$

10. Σωστή απάντηση είναι η α)

Ισχύει:

$$T_2 = \frac{T_1}{3} \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}} = \frac{1}{3} 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}} \Rightarrow$$

$$\frac{M}{k} = \frac{1}{9} \frac{M+m}{k} \Rightarrow$$

$$\frac{m}{M} = 8$$

11. Σωστή απάντηση είναι η β)

Για το σώμα Σ_1 έχουμε:

$$\alpha_{1\max} = \omega_1^2 A \Rightarrow \alpha_{1\max} = \frac{k}{m} A (1)$$

Για το σώμα Σ_2 έχουμε:

$$\alpha_{2\max} = \omega_2^2 4A \Rightarrow \alpha_{2\max} = \frac{k}{4m} 4A (2)$$

Από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει:

$$a_{2\max} = a_{1\max}$$

12. α) Από το διάγραμμα προκύπτει ότι:

$$F_{\varepsilon\pi, \max} = 10 \text{N και } \frac{T}{2} = 0,05\pi \text{s} \Rightarrow T = 0,1\pi \text{s}$$

Για τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης ισχύει:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \left(\frac{2\pi}{0,1\pi} \right) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Για τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης έχουμε:

$$D = m\omega^2 \Rightarrow D = (0,5 \cdot 20^2) \frac{\text{N}}{\text{m}} \Rightarrow D = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

β) Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι το σώμα τη χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται σε μια θέση όπου η δύναμη επαναφοράς έχει μέγιστο μέτρο. Από αυτό καταλαβαίνουμε ότι το σώμα βρίσκεται σε μια από τις δύο ακραίες θέσεις της ταλάντωσης. Επειδή το πρόσημο της δύναμης επαναφοράς είναι αρνητικό, η κατεύθυνσή της είναι προς τη θέση ισορροπίας του σώματος. Από αυτό προκύπτει ότι το σώμα βρίσκεται στην ακραία θετική του απομάκρυνση.

Υπολογισμός αρχικής φάσης της ταλάντωσης

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \stackrel{t=0, x=+A}{\Rightarrow} A = A \cdot \eta\mu\varphi_0 \Rightarrow$$

$$\eta\mu\varphi_0 = 1 \stackrel{0 \leq \varphi_0 < 2\pi}{\Rightarrow} \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{rad}$$

Για το πλάτος της ταλάντωσης έχουμε:

$$F_{\max} = D \cdot A \Rightarrow A = \frac{F_{\max}}{D} \Rightarrow$$

$$A = \left(\frac{10}{200} \right) \text{m} \Rightarrow A = 0,05 \text{m}$$

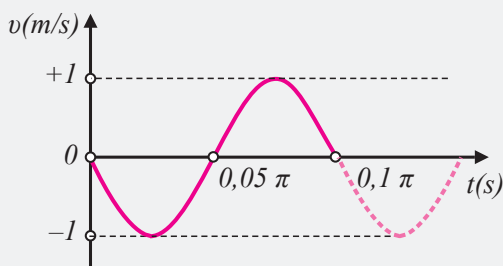
Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας του σώματος είναι:

$$v = v_{\max} \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow$$

$$v = \omega A \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow$$

$$v = 1 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(20t + \frac{\pi}{2}\right) (\text{S.I.})$$

Ενώ η γραφική της παράσταση φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



γ) Για το μέτρο της δύναμης επαναφοράς που δέχεται το σώμα ισχύει:

$$|F_{\text{επ}}| = D \cdot |x| \Rightarrow |F_{\text{επ}}| = D \cdot \frac{A}{2} \Rightarrow$$

$$|F_{\text{επ}}| = \left(200 \cdot \frac{0,05}{2} \right) \text{N} \Rightarrow$$

$$|F_{\text{επ}}| = 5 \text{ N}$$

13. α) Η χρονική εξίσωση της δύναμης επαναφοράς είναι της μορφής

$$F = -F_{\text{επ. max}} \cdot \eta \mu(\omega t + \varphi_0)$$

Συγκρίνοντας τον παραπάνω γενικό τύπο με τη δοθείσα εξίσωση της δύναμης επαναφοράς, προκύπτουν τα εξής δεδομένα:

Η μέγιστη δύναμη επαναφοράς που δέχεται το σώμα είναι $F_{\text{max}} = 20 \text{ N}$ και η γωνιακή συχνότητα είναι $\omega = 5 \text{ rad/s}$.

Για την περίοδο της ταλάντωσης ισχύει:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \left(\frac{2\pi}{5} \right) \text{s} \Rightarrow$$

$$T = 0,4\pi \text{ s}$$

β) Για τη σταθερά του ελατηρίου ισχύει η σχέση:

$$k = m\omega^2 \Rightarrow k = \left(2 \cdot 5^2 \right) \frac{\text{N}}{\text{m}} \Rightarrow$$

$$k = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

γ) Υπολογίζουμε το πλάτος ταλάντωσης:

$$F_{\text{επ. max}} = kA \Rightarrow A = \frac{F_{\text{επ. max}}}{k} \Rightarrow$$

$$A = \left(\frac{20}{50} \right) \text{m} \Rightarrow A = 0,4 \text{m}$$

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ που εκτοξεύουμε το σώμα αυτό βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του οπότε η αρχική του ταχύτητα $\bar{v}_0$ θα ισούται με τη μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης του. Έχουμε:

$$v_0 = v_{\text{max}} \Rightarrow v_0 = \omega \cdot A \Rightarrow v_0 = (5 \cdot 0,4) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$v_0 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

δ) Αποδεικνύουμε τη σχέση $v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$.

Προκύπτει:

$$|v_1|^2 = \omega^2 (A^2 - x_1^2) \Rightarrow |x_1| = \sqrt{A^2 - \frac{v_1^2}{\omega^2}} \Rightarrow$$

$$|x_1| = \left[\sqrt{0,4^2 - \frac{(\sqrt{3})^2}{5^2}} \right] \text{m} \Rightarrow |x_1| = 0,2 \text{m}$$

Η μόνη δύναμη που δέχεται το σώμα στη διεύθυνση της ταλάντωσής του είναι η δύναμη του ελατηρίου οπότε αυτή ταυτίζεται με τη δύναμη επαναφοράς της ταλάντωσης.

Το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από το ελατήριο τη χρονική στιγμή t_1 είναι

$$|F_{\text{ελ.}}| = k|x_1| \Rightarrow |F_{\text{ελ.}}| = (50 \cdot 0,2) \text{N} \Rightarrow$$

$$|F_{\text{ελ.}}| = 10 \text{N}$$

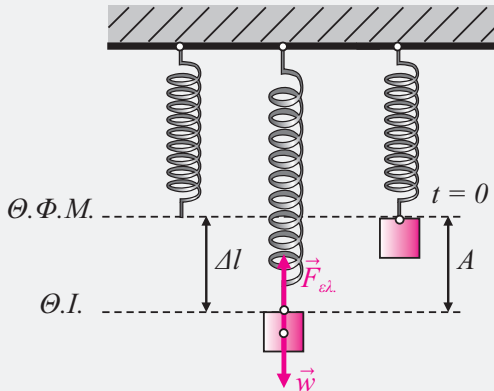
14. α) Όταν αφήσουμε το σώμα ελεύθερο να κινηθεί, θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς ίση με τη σταθερά του ελατηρίου ($D = k$). Η συχνότητα της ταλάντωσης του υπολογίζεται από τη σχέση:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow f = \left(\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{100}{1}} \right) \text{Hz} \Rightarrow$$

$$f = \frac{5}{\pi} \text{Hz}$$

β) Τη χρονική στιγμή $t = 0$ που αφήνουμε το σώμα ελεύθερο από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, η ταχύτητά του είναι μηδέν ($v = 0$) οπότε βρίσκεται σε ακραία θέση της ταλάντωσης του. Στη θέση αυτή το ελατήριο δεν ασκεί καμία δύναμη στο σώμα (αφού βρίσκεται στη θέση φυσικού του μήκους) οπότε λόγω βάρους το σώμα έπειτα θα κινηθεί προς τα κάτω άρα η θέση αυτή είναι η πάνω ακραία

θέση της ταλάντωσής του. Δηλαδή η πάνω ακραία θέση της ταλάντωσης του σώματος ταυτίζεται με τη θέση φυσικού μήκους. Το πλάτος όπως φαίνεται και από το σχήμα είναι ίσο με την απόσταση της θέσης φυσικού μήκους από τη θέση ισορροπίας του.



Θέλουμε να υπολογίσουμε το πλάτος ταλάντωσης. Στη θέση ισορροπίας ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{ελ.} = w \Rightarrow k \cdot \Delta l = mg \Rightarrow$$

$$\Delta l = \frac{mg}{k} \Rightarrow \Delta l = \left(\frac{1 \cdot 10}{100} \right) \text{m} \Rightarrow \Delta l = 0,1 \text{m}$$

Τελικά παίρνουμε:

$$A = \Delta l \Rightarrow A = 0,1 \text{m}$$

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης είναι

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = \left(2\pi \cdot \frac{5}{\pi} \right) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Για την αρχική φάση της ταλάντωσης ϕ_0 έχουμε:

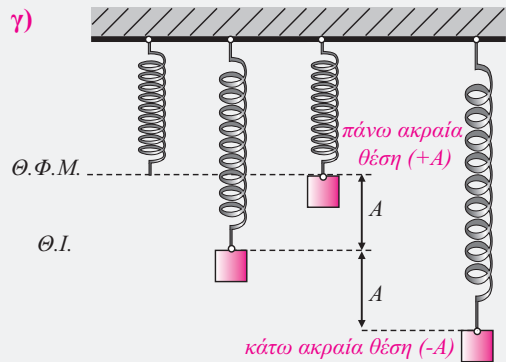
$$x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \phi_0) \xrightarrow{t=0, x=+A} 0,1 = 0,1 \cdot \eta\mu\phi_0 \Rightarrow \eta\mu\phi_0 = 1 \Rightarrow \phi_0 = \frac{\pi}{2} \text{rad}$$

Η εξίσωση απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σώματος συναρτήσει του χρόνου, δίνεται από τη σχέση:

$$x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \phi_0) \Rightarrow$$

$$x = 0,1 \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) (\text{S.I.})$$

γ)



Το σώμα δέχεται την ελάχιστη δύναμη από το ελατήριο στην πάνω ακραία θέση της ταλάντωσης του ενώ τη μέγιστη στην κάτω ακραία θέση της ταλάντωσης του.

Για την ελάχιστη δύναμη ισχύει:

$$F_{ελ.(\min)} = 0$$

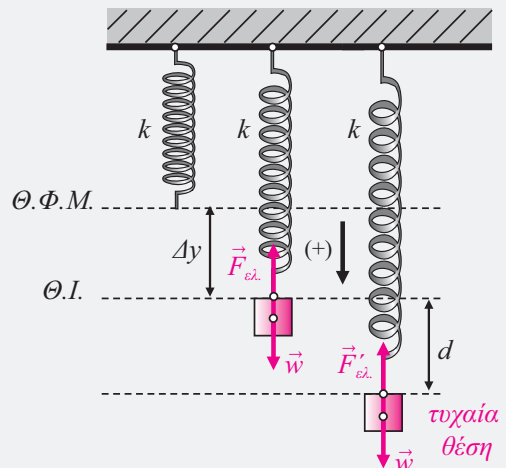
Για τη μέγιστη δύναμη ισχύει:

$$F_{ελ.(\max)} = k \cdot 2A \Rightarrow$$

$$F_{ελ.(\max)} = (100 \cdot 2 \cdot 0,1) \text{N} \Rightarrow$$

$$F_{ελ.(\max)} = 20 \text{N}$$

15. α)



Στη θέση ισορροπίας ισχύει:

$$\Sigma \vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow F_{ελ} = w \Rightarrow mg = k \cdot \Delta l(1)$$

Στην τυχαία θέση ισχύει:

$$\begin{aligned}\Sigma \vec{F}_y &= w + F'_{ελ} \Rightarrow \\ \Sigma F_y &= mg - k \cdot (\Delta l + y) \Rightarrow \\ \Sigma F_y &= mg - ky - k \cdot \Delta l (2)\end{aligned}$$

Από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει ότι:

$$\Sigma F_y = -ky (3)$$

Από τη σχέση (3) προκύπτει ότι το σύστημα ελατηρίου μάζας εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$.

β) Το πλάτος ταλάντωσης είναι:

$$A = d \Rightarrow A = 0,4m$$

Για την αρχική φάση της ταλάντωσης έχουμε:

$$\begin{aligned}x &= A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow{t=0, x=+A} \\ 0,4 &= 0,4 \cdot \eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \\ \eta\mu\varphi_0 &= 1 \xrightarrow{0 \leq \varphi_0 < 2\pi} \\ \varphi_0 &= \frac{\pi}{2} \text{ rad}\end{aligned}$$

Η εξίσωση απομάκρυνσης της ταλάντωσης φ_0 του σώματος συναρτήσει του χρόνου, δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned}x &= A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \\ x &= 0,4 \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) (\text{S.I.})\end{aligned}$$

γ) Από τη σχέση (1) προκύπτει:

$$\Delta l = \frac{mg}{k} \Rightarrow \Delta l = \left(\frac{4 \cdot 10}{400}\right) \Rightarrow \Delta l = 0,1m$$

Για τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης ισχύει:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \left(\sqrt{\frac{400}{4}}\right) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Όταν το σώμα διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση φυσικού μήκους μετά τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ η απομάκρυνσή του είναι $x_1 = -0,1m$. Για το μέτρο της ταχύτητας προκύπτει με απόδειξη:

$$\begin{aligned}|v_1| &= \omega \sqrt{A^2 - x_1^2} \Rightarrow \\ |v_1| &= \left(10 \sqrt{0,4^2 - (-0,1)^2}\right) \frac{m}{s} \Rightarrow\end{aligned}$$

$$|v_1| = \sqrt{15} \frac{m}{s}$$

16. α) Στη θέση ισορροπίας ισχύει:

$$\begin{aligned}\Sigma \vec{F}_y &= \vec{0} \Rightarrow F_{ελ} = w \Rightarrow \\ mg &= k \cdot \Delta l \Rightarrow \Delta l = \frac{mg}{k} \Rightarrow \\ \Delta l &= \left(\frac{2 \cdot 10}{200}\right) m \Rightarrow \Delta l = 0,1m\end{aligned}$$

Προκύπτει:

$$A = \Delta l \Rightarrow A = 0,1m$$

Για την προσφερόμενη ενέργεια προκύπτει:

$$\begin{aligned}E_{\text{προσφ}} &= E_T = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow \\ E_{\text{προσφ}} &= \left(\frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 0,1^2\right) \\ E_{\text{προσφ}} &= 1 \text{ J}\end{aligned}$$

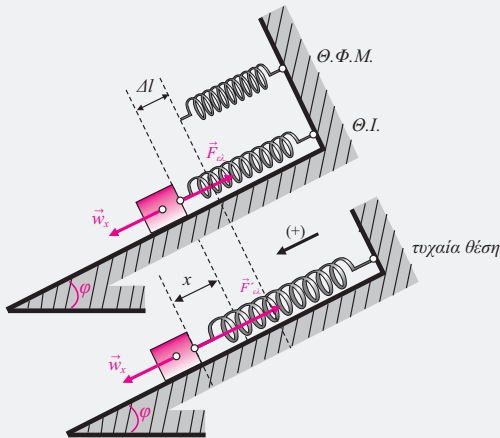
β) Το μέτρο της μέγιστης δύναμης επαναφοράς είναι:

$$\begin{aligned}F_{ελ, \max} &= kA \Rightarrow \\ F_{ελ, \max} &= 20 \text{ N}\end{aligned}$$

Το μέτρο της μέγιστης δύναμης του ελατηρίου είναι:

$$\begin{aligned}F_{ελ, \max} &= k \cdot \Delta l_{\max} \Rightarrow \\ F_{ελ, \max} &= k \cdot (\Delta l + A) \Rightarrow \\ F_{ελ, \max} &= [200 \cdot (0,1 + 0,1)] \text{ N} \Rightarrow \\ F_{ελ, \max} &= 40 \text{ N}\end{aligned}$$

17.



Στη θέση ισορροπίας ισχύει:

$$\Sigma \vec{F}_x = \vec{0} \Rightarrow F_{el} = w_x \Rightarrow k \cdot \Delta l = mg \cdot \eta \mu \phi (1)$$

Σε μια τυχαία θέση ισχύει:

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F}_x &= \vec{F}_{el} + \vec{w}_x \Rightarrow \Sigma F_x = -F_{el} + w_x \Rightarrow \\ \Sigma F &= mg \cdot \eta \mu \phi - k \cdot (\Delta l + x) \Rightarrow \\ \Sigma F &= -kx \quad (1) \end{aligned}$$

Επειδή η σχέση (2) είναι της μορφής $\Sigma F = -Dx$ προκύπτει ότι το σύστημα μάζας-ελατηρίου θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση με $D = k = 200 \text{ N/m}$.

β) Για τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης του σώματος έχουμε:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \left(\sqrt{\frac{200}{8}} \right) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Για το πλάτος ταλάντωσης ισχύει:

$$A = d = 0,1 \text{ m}$$

Για την αρχική φάση της ταλάντωσης φ_0 έχουμε:

$$\begin{aligned} x &= A \cdot \eta \mu(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow{t=0, x=A} 0,1 = 0,1 \cdot \eta \mu \varphi_0 \Rightarrow \\ \eta \mu \varphi_0 &= 1 \xrightarrow{0 \leq \varphi_0 < 2\pi} \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \end{aligned}$$

Η χρονική εξίσωση της ορμής θα είναι:

$$p = mv \Rightarrow p = m\omega A \sin(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow$$

$$p = 8 \cdot 5 \cdot 0,1 \sin\left(5t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow$$

$$p = 4 \sin\left(5t + \frac{\pi}{2}\right) (\text{S.I.})$$

γ) Από τη σχέση (1) έχουμε:

$$\Delta l = \frac{mg \cdot \eta \mu \phi}{k} \Rightarrow$$

$$\Delta l = \left(\frac{8 \cdot 10 \cdot 0,5}{200} \right) \text{ m} \Rightarrow \Delta l = 0,2 \text{ m}$$

Η ελάχιστη τιμή της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης είναι:

$$U_{el, \min} = \frac{1}{2} k \cdot \Delta l_{\min}^2 \Rightarrow U_{el, \min} = \frac{1}{2} k (\Delta l - A)^2 \Rightarrow$$

$$U_{el, \min} = \left[\frac{1}{2} \cdot 200 (0,2 - 0,1)^2 \right]$$

$$\text{J} \Rightarrow U_{el, \min} = 1 \text{ J}$$

Φύλλο Εργασίας 8

1. α

2. δ

3. γ

4. α

5. γ

6. α

7. Σωστή απάντηση είναι η β)

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ενέργειας ταλάντωσης οπότε έχουμε:

$$\text{Α.Δ.Ε.Τ.: } E_T = K + U \xrightarrow{K=3U} \Rightarrow$$

$$E_T = 4U \Rightarrow \frac{1}{2} k A^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} k x^2 \Rightarrow$$

$$x = \frac{A}{2}$$

8. Σωστή απάντηση είναι η α)

Η χρονική εξίσωση της κινητικής ενέργειας του σώματος δίνεται από τη σχέση:

$$K = E_T \sin^2(\omega t + \phi_0)$$

Συγκρίνοντας τη δοθείσα χρονική εξίσωση της κινητικής ενέργειας με τον παραπάνω γενικό τύπο παίρνουμε:

$$E_T = 32 \text{ J}, \quad \omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad \phi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$

Για τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης του σώματος έχουμε:

$$D = m\omega^2 \Rightarrow D = (1 \cdot 10^2) \frac{\text{N}}{\text{m}} \Rightarrow D = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος είναι:

$$E_T = \frac{1}{2} DA^2 \Rightarrow$$

$$A = \sqrt{\frac{2E_T}{D}} \Rightarrow A = \left(\sqrt{\frac{2 \cdot 32}{100}} \right) \text{ m} \Rightarrow$$

$$A = 0,8 \text{ m}$$

9. Σωστή απάντηση είναι η α)

Ισχύει:

$$\frac{U}{K} = \frac{U}{E_T - U} \Rightarrow \frac{U}{K} = \frac{\frac{1}{2} DA^2}{\frac{1}{2} DA^2 - \frac{1}{2} Dx^2} \Rightarrow$$

$$\frac{U}{K} = \frac{\frac{1}{2} D \left(\frac{\sqrt{3}A}{2} \right)^2}{\frac{1}{2} DA^2 - \frac{1}{2} D \left(\frac{\sqrt{3}A}{2} \right)^2} \Rightarrow$$

$$\frac{U}{K} = \frac{\frac{3}{4} A^2}{A^2 - \frac{3}{4} A^2} \Rightarrow$$

$$\frac{U}{K} = 3$$

10. Σωστή απάντηση είναι η β)

Ο λόγος της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι:

$$\frac{K}{U} = \frac{E_T \sin^2(\omega t + \phi_0)}{E_T \eta \mu^2(\omega t + \phi_0)} = \left(\frac{\sin(\omega t + \phi_0)}{\eta \mu(\omega t + \phi_0)} \right)^2 =$$

$$= \sigma \phi^2(\omega t + \phi_0) = \sigma \phi^2 \left(\frac{2\pi}{T} t + \frac{\pi}{2} \right)$$

Τη χρονική στιγμή t_1 ο λόγος της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι:

$$\frac{K}{U} = \sigma \phi^2 \left(\frac{2\pi}{T} t_1 + \frac{\pi}{2} \right) \stackrel{t_1 = \frac{T}{6}}{\Rightarrow}$$

$$\frac{K}{U} = \sigma \phi^2 \left(\frac{2\pi}{T} \frac{T}{6} + \frac{\pi}{2} \right) \Rightarrow$$

$$\frac{K}{U} = \sigma \phi^2 \left(\frac{5\pi}{6} \right) \Rightarrow \frac{K}{U} = (\sqrt{3})^2 \Rightarrow$$

$$\frac{K}{U} = 3$$

11. Σωστή απάντηση είναι η α)

Από την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας Ταλάντωσης έχουμε:

$$K + U = E_T \Rightarrow 2U = E_T \Rightarrow$$

$$2 \cdot \frac{1}{2} Dx^2 = \frac{1}{2} DA^2 \Rightarrow$$

$$x = \pm \frac{A \cdot \sqrt{2}}{2}$$

12. α) Οι 20 μεγιστοποιήσεις της κινητικής ενέργειας αντιστοιχούν σε 10 ταλαντώσεις.

Για την περίοδο της ταλάντωσης ισχύει:

$$f = \frac{N}{\Delta t} \Rightarrow T = \frac{\Delta t}{N} \Rightarrow T = \frac{\pi}{10} \text{ s} \Rightarrow$$

$$T = 0,1\pi \text{ s}$$

β) Έχουμε:

$$N' = \frac{\Delta t'}{T} \Rightarrow N' = \left(\frac{4\pi}{0,1\pi} \right) \text{ ταλ.} \Rightarrow N' = 40 \text{ ταλ.}$$

Η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης μεγιστοποιείται επομένως **80 φορές**.

γ) Η ενέργεια ταλάντωσης είναι:

$$E_T = \frac{1}{2}DA^2 \Rightarrow E_T = \left(\frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 0,2^2\right) \text{ J} \Rightarrow E_T = 2 \text{ J}$$

Για τη γωνιακή συχνότητα έχουμε:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \left(\frac{2\pi}{0,1\pi}\right) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Για τη μάζα του σώματος παίρνουμε:

$$m = \frac{D}{\omega^2} \Rightarrow m = \left(\frac{100}{20^2}\right) \text{ kg} \Rightarrow m = 0,25 \text{ kg}$$

Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης είναι:

$$v_{\max} = \omega A \Rightarrow v_{\max} = (20 \cdot 0,2) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_{\max} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Για την κινητική ενέργεια προκύπτει τελικά:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow$$

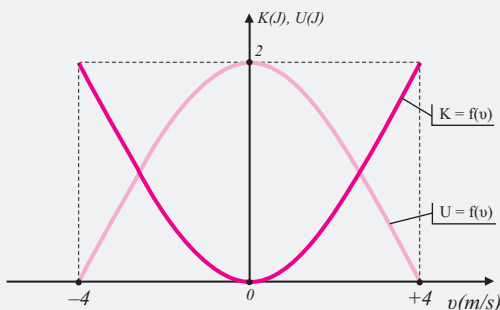
$$K = 0,125v^2 \text{ (S.I.)} \Rightarrow 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \leq v \leq 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Για τη δυναμική ενέργεια έχουμε:

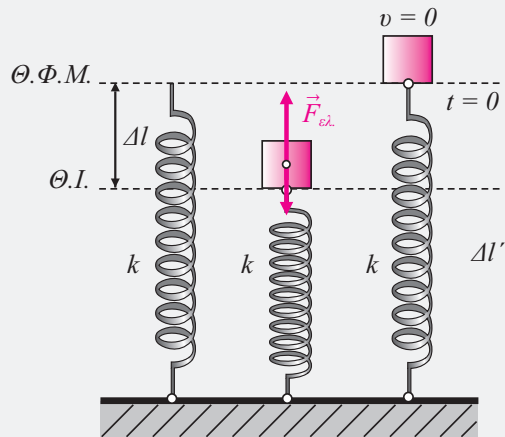
$$K + U = E_T \Rightarrow U = E_T - K \Rightarrow$$

$$U = 2 - 0,125v^2 \text{ (S.I.)} \Rightarrow 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \leq v \leq 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Το ζητούμενο διάγραμμα είναι το ακόλουθο:



13. α)



Στη θέση ισορροπίας ισχύει:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{ελ} = w \Rightarrow k \cdot \Delta l = mg \Rightarrow$$

$$\Delta l = \frac{mg}{k} \Rightarrow \Delta l = \left(\frac{4 \cdot 10}{400}\right) \text{ m} \Rightarrow$$

$$\Delta l = 0,1 \text{ m}$$

Για το πλάτος ταλάντωσης ισχύει:

$$A = \Delta l = 0,1 \text{ m}$$

Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα βρίσκεται στην ακραία θετική θέση ($x = +A$).

Ισχύει:

$$x = A \eta \mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow$$

$$A = A \eta \mu \varphi_0 \Rightarrow \eta \mu \varphi_0 = 1(1)$$

Επειδή $0 \leq \varphi_0 < 2\pi \text{ rad}$ από τη σχέση (1) προ-

κύπτει ότι $\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$.

Για τη γωνιακή συχνότητα έχουμε:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \left(\sqrt{\frac{400}{4}}\right) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Για τη χρονική εξίσωση της ταχύτητας, προκύπτει:

$$v = \omega A \sigma \nu \nu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow$$

$$v = 1 \sigma \nu \nu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (S.I.)}$$

β) Η προσφερόμενη ενέργεια κατά την αρχική μετακίνηση του σώματος είναι ίση με την ενέργεια ταλάντωσης του σώματος:

$$W_{F_{εξ}} = E_T \Rightarrow W_{F_{εξ}} = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow$$

$$W_{F_{εξ}} = \left(\frac{1}{2} \cdot 400 \cdot 0,01 \right) J \Rightarrow W_{F_{εξ}} = 2 J$$

γ) Για το μέγιστο μέτρο της δύναμης επαναφοράς έχουμε:

$$|F_{επ, \max}| = kA \Rightarrow |F_{επ, \max}| = (400 \cdot 0,1) N \Rightarrow$$

$$|F_{επ, \max}| = 40 N$$

Για το μέγιστο μέτρο της δύναμης του ελατηρίου έχουμε:

$$F_{ελ, \max} = k \cdot \Delta l_{\max} \Rightarrow F_{ελ, \max} = k \cdot (\Delta l + A) \Rightarrow$$

$$F_{ελ, \max} = [400 \cdot (0,1 + 0,1)] N \Rightarrow F_{ελ, \max} = 80 N$$

14. α) Η χρονική εξίσωση της δυναμικής ενέργειας του σώματος δίνεται από τη σχέση:

$$U = E_T \eta \mu^2 (\omega t + \varphi_0)$$

Συγκρίνοντας τη δοθείσα χρονική εξίσωση της δυναμικής ενέργειας με τον παραπάνω γενικό τύπο παίρνουμε:

$$E_T = 16 J, \quad \omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad \text{και} \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{rad}.$$

Για τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης του σώματος έχουμε:

$$D = m\omega^2 \Rightarrow D = (2 \cdot 10^2) \frac{N}{m} \Rightarrow D = 200 \frac{N}{m}$$

Υπολογίζουμε το πλάτος της ταλάντωσης. Προκύπτει:

$$E_T = \frac{1}{2} D A^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2E_T}{D}} \Rightarrow$$

$$A = \left(\sqrt{\frac{2 \cdot 16}{200}} \right) m \Rightarrow A = 0,4 m$$

Η απόσταση που διανύει το σώμα σε χρόνο ίσο με δύο περιόδους της ταλάντωσης ισούται με $d = 8A$. Προκύπτει:

$$d = 8A \Rightarrow d = (8 \cdot 0,4) m \Rightarrow d = 3,2 m$$

β) Τη χρονική στιγμή $t = 0$ η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος είναι:

$$U_{(t=0)} = 16 \cdot \eta \mu^2 \left(10t + \frac{\pi}{2} \right) \Big|_{t=0} \Rightarrow$$

$$U_{(t=0)} = 16 \cdot \eta \mu^2 \frac{\pi}{2} \Rightarrow U_{(t=0)} = 16 J$$

Τη χρονική στιγμή t_1 η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος είναι:

$$U_{(t=t_1)} = 16 \cdot \eta \mu^2 \left(10t + \frac{\pi}{2} \right) \Big|_{t=t_1} \Rightarrow$$

$$U_{(t=t_1)} = 16 \cdot \eta \mu^2 \left(10 \cdot \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} \right) \Rightarrow$$

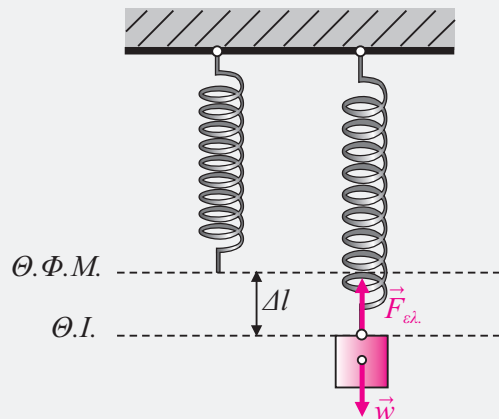
$$U_{(t=t_1)} = 16 \cdot \sigma \nu \nu^2 \left(10 \cdot \frac{\pi}{6} \right) \Rightarrow U_{(t=t_1)} = 4 J$$

Το έργο της δύναμης επαναφοράς είναι ίσο με:

$$W_{F_{επ}} = U_{(t=0)} - U_{(t=t_1)} \Rightarrow W_{F_{επ}} = 16 J - 4 J \Rightarrow$$

$$W_{F_{επ}} = 12 J$$

15. α) Σχεδιάζουμε το ελατήριο στη Θ.Φ.Μ. (θέση φυσικού μήκους). Σχεδιάζουμε το σύστημα ελατήριο σώμα στη Θ.Ι. (θέση ισορροπίας) η οποία απέχει Δl από την Θ.Φ.Μ. όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



Στη Θ.Ι. ισχύει:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \Rightarrow w - F_{ελ} = 0 \Rightarrow \\ w &= F_{ελ} \Rightarrow mg = k \cdot \Delta l \Rightarrow \\ m &= \frac{k \cdot \Delta l}{g} \Rightarrow m = \left(\frac{200 \cdot 0,1}{10} \right) \text{kg} \Rightarrow \\ m &= 2 \text{ kg}\end{aligned}$$

β) Αφού εκτρέπουμε το σώμα από τη Θ.Ι. κατά 0,05 m και το αφήνουμε ελεύθερο, η θέση αυτή είναι ακραία θέση γιατί στιγμιαία η ταχύτητα είναι μηδέν, επομένως το πλάτος της ταλάντωσης είναι $A = 0,05 \text{ m}$.

Για τη μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης έχουμε:

$$\begin{aligned}U_{\max} &= \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow U_{\max} = \left(\frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 0,05^2 \right) \text{J} \Rightarrow \\ U_{\max} &= 0,25 \text{ J}\end{aligned}$$

γ) Η χρονική εξίσωση της επιτάχυνσης ενός σώματος το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση δίνεται από την σχέση:

$$\alpha = -\omega^2 A \eta \mu(\omega t + \varphi_0)(1)$$

Για τη γωνιακή συχνότητα προκύπτει:

$$\begin{aligned}k &= m\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \\ \omega &= \left(\sqrt{\frac{200}{2}} \right) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\end{aligned}$$

Την χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση $x = +A$.

Ισχύει:

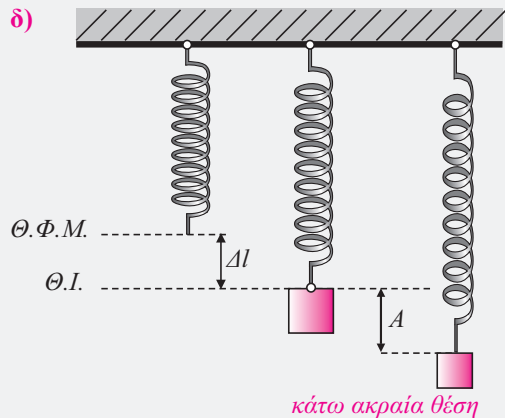
$$\begin{aligned}x &= A \eta \mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \\ A &= A \eta \mu \varphi_0 \Rightarrow \eta \mu \varphi_0 = 1\end{aligned}$$

Επειδή $0 \leq \varphi_0 < 2\pi$, $\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$.

Άρα η χρονική εξίσωση της επιτάχυνσης είναι:

$$\alpha = -5 \eta \mu \left(10t + \frac{\pi}{2} \right) (\text{S.I})$$

δ)



Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι μέγιστη στην κάτω ακραία θέση. Ισχύει:

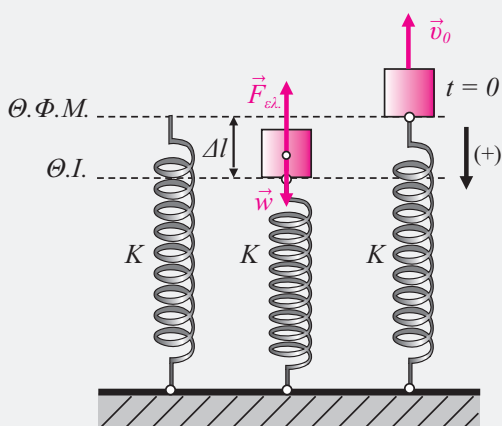
$$\begin{aligned}U_{ελ.(max)} &= \frac{1}{2} k (\Delta l + A)^2 \Rightarrow \\ U_{ελ.(max)} &= \left[\frac{1}{2} \cdot 200 \cdot (0,05 + 0,1)^2 \right] \text{J} \Rightarrow \\ U_{ελ.(max)} &= 2,25 \text{ J}\end{aligned}$$

Για τον υπολογισμό της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης του σώματος όταν κινείται με ταχύτητα $v = 0,1 \text{ m/s}$, εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας της Ταλάντωσης:

$$\begin{aligned}E &= K + U \Rightarrow \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m v^2 + U \Rightarrow \\ U &= \frac{1}{2} k A^2 - \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \\ U &= \left(\frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 0,05^2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0,1^2 \right) \text{J} \Rightarrow \\ U &= 0,24 \text{ J}\end{aligned}$$

16. α) Στη θέση ισορροπίας του σώματος το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά Δl όπως φαίνεται στο σχήμα. Ισχύει:

$$\begin{aligned}\Theta.Ι.: \Sigma F_y &= 0 \Rightarrow w \boxminus F_{ελ} = 0 \Rightarrow \\ w &= F_{ελ} \Rightarrow mg = k \cdot \Delta l \Rightarrow \\ \Delta l &= \frac{mg}{k} \Rightarrow \Delta l = \left(\frac{2 \cdot 10}{200} \right) \text{m} \Rightarrow \Delta l = 0,1 \text{ m}\end{aligned}$$



Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα βρίσκεται σε τυχαία θέση της ταλάντωσής του. Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση, οπότε έχουμε:

$$\begin{aligned} \text{Α.Δ.Ε.Τ.: } E_T &= K + U \Rightarrow \\ \frac{1}{2}kA^2 &= \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}k \cdot \Delta l^2 \Rightarrow \\ A &= \sqrt{\frac{mv_0^2 + k \cdot \Delta l^2}{k}} A = \\ &= \left(\sqrt{\frac{2 \cdot (\sqrt{3})^2 + 200 \cdot 0,1^2}{200}} \right) \text{ m} \Rightarrow \\ A &= 0,2 \text{ m} \end{aligned}$$

β) Το σώμα ακινητοποιείται για πρώτη φορά στην πάνω ακραία θέση της ταλάντωσης η οποία είναι η $x = -A = -0,2 \text{ m}$.

Για το έργο της δύναμης του ελατηρίου έχουμε:

$$\begin{aligned} W_{F_{ελ.}} &= -\Delta U_{ελ.} = U_{ελ., αρχ.} - U_{ελ., τελ.} = \\ &= 0 - \frac{1}{2}k(A - \Delta l)^2 \Rightarrow \\ W_{F_{ελ.}} &= -1 \text{ J} \end{aligned}$$

γ) Τη χρονική στιγμή t_1 , που για πρώτη φορά το σώμα βρίσκεται $0,15 \text{ m}$ κάτω από την θέση ισορροπίας του, θα βρίσκεται στη θέση

$x_1 = +0,15 \text{ m}$ κινούμενο προς τα θετικά (προς τα κάτω). Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας είναι η επιτάχυνση του σώματος. Έχουμε:

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= \alpha_1 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = -\omega^2 x_1 \Rightarrow \\ \frac{dv}{dt} &= -\frac{k}{m} x_1 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = -\left(\frac{200}{2} \cdot 0,15 \right) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow \\ \frac{dv}{dt} &= -15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

17. α) Από την εξίσωση της απομάκρυνσης έχουμε:

$$A = 0,4 \text{ m}, \omega = 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Το πλάτος της ταχύτητας του σώματος είναι:

$$\begin{aligned} v_{\max} &= \omega A \Rightarrow v_{\max} = (2\pi \cdot 0,4) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \\ v_{\max} &= 0,8\pi \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

β) Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του σώματος ταυτίζεται με την ενέργεια ταλάντωσής του. Ισχύει:

$$\begin{aligned} U_{\max} &= E_T \Rightarrow U_{\max} = \frac{1}{2}DA^2 \Rightarrow \\ U_{\max} &= \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \Rightarrow \\ U_{\max} &= \left(\frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot (2\pi)^2 0,4^2 \right) \text{ J} \Rightarrow \\ U_{\max} &= 0,32 \text{ J} \end{aligned}$$

γ) Η περίοδος της ταλάντωσης είναι:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \left(\frac{2\pi}{2\pi} \right) \text{ s} \Rightarrow T = 1 \text{ s}$$

Κατά τη χρονική διάρκεια $t_0 = 0$ έως t_1 το υλικό σημείο εκτελεί:

$$N = \frac{t_1}{T} \Rightarrow N = \left(\frac{3}{1} \right) \text{ ταλ.} \Rightarrow N = 3 \text{ ταλ.}$$

Το ολικό διάστημα που διανύει είναι:

$$S = 3 \cdot 4A \Rightarrow s = 12A \Rightarrow s = (12 \cdot 0,4) \text{ m} \Rightarrow$$

$$s = 4,8 \text{ m}$$

δ) Από την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας Ταλάντωσης προκύπτει:

$$K + U = E_T \Rightarrow K = E_T - U \Rightarrow$$

$$K = E_T - \frac{1}{2} D x^2 \Rightarrow K = E_T - \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 \Rightarrow$$

$$K = 0,32 - \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot (2\pi)^2 x^2 \Rightarrow$$

$$K = 0,32 - 2x^2 \text{ (S.I. για } -0,4\text{m} \leq x \leq +0,4\text{m)}$$

18. α) Συγκρίνουμε τη σχέση $a = -\omega^2 x$ με τη σχέση $a = -100x$ και για τη γωνιακή συχνότητα προκύπτει:

$$\omega^2 = 100 \Rightarrow \omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Η περίοδος της ταλάντωσης είναι:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \left(\frac{2\pi}{10} \right) \text{ s} \Rightarrow$$

$$T = 0,2 \pi \text{ s}$$

β) Τη χρονική στιγμή $t = 0$ η δυναμική ενέργεια του σώματος είναι μέγιστη άρα βρίσκεται σε ακραία θέση. Επειδή ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητάς του (επιτάχυνση) είναι αρνητικός, το σώμα θα βρίσκεται στην ακραία θετική θέση $x = +A$ της ταλάντωσής του.

Υπολογισμός αρχικής φάσης:

$$x = A \eta \mu(\omega t + \varphi_0) \stackrel{t=0, x=+A}{\Rightarrow}$$

$$+A = A \eta \mu \varphi_0 \Rightarrow \eta \mu \varphi_0 = 1$$

Επειδή:

$$0 \leq \eta \mu \varphi_0 < 2\pi, \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Τελικά, από τη σχέση (1) προκύπτει:

$$x = 0,2 \eta \mu \left(10t + \frac{\pi}{2} \right) \text{ (S.I.)}$$

γ) Όταν η ταχύτητα του σώματος είναι $|v| = \frac{v_{\max}}{2}$, από την Αρχή Διατήρησης της

Ενέργειας Ταλάντωσης προκύπτει ότι η απομάκρυνση του σώματος είναι:

Από την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας Ταλάντωσης προκύπτει:

$$K + U = E_T \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} D x^2 = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m \left(\frac{v_{\max}}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} k x^2 = \frac{3}{4} \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m \omega^2 x^2 = \frac{3}{4} \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \Rightarrow$$

$$|x| = \frac{\sqrt{3} A}{2} \Rightarrow |x| = 0,1\sqrt{3} \text{ m}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος είναι:

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot v \Rightarrow \frac{dK}{dt} = -D x v \Rightarrow$$

$$\left| \frac{dK}{dt} \right| = D |x| \left| \frac{v_{\max}}{2} \right| \Rightarrow$$

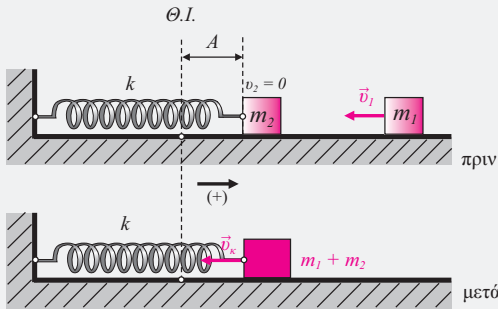
$$\left| \frac{dK}{dt} \right| = m \omega^2 |x| \left| \frac{\omega A}{2} \right| \Rightarrow$$

$$\left| \frac{dK}{dt} \right| = \left(0,5 \cdot 10^2 \cdot 0,1\sqrt{3} \cdot \frac{10 \cdot 0,2}{2} \right) \frac{\text{J}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$\left| \frac{dK}{dt} \right| = 5\sqrt{3} \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

Φύλλο Εργασίας 9

1. α)



Από την εφαρμογή της Α.Δ.Ο. έχουμε:

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_k \Rightarrow v_k = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow$$

$$v_k = \left(\frac{2 \cdot 4\sqrt{3}}{2+2} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_k = 2\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

β) Τη χρονική στιγμή της κρούσης ισχύει $x = +A \Rightarrow x = +0,2 \text{ m}$.

Από την εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ενέργειας για την απλή αρμονική ταλάντωση του συσσωματώματος έχουμε:

$$K + U = E_T \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_k^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A'^2 \Rightarrow$$

$$A' = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2) v_k^2 + k x^2}{k}} \Rightarrow$$

$$A' = \left(\sqrt{\frac{4 \cdot 12 + 400 \cdot 0,04}{400}} \right) \text{m} \Rightarrow$$

$$A' = 0,4 \text{ m}$$

2. α) Για τη σταθερά του ελατηρίου έχουμε:

$$k = m\omega^2 \Rightarrow k = (8 \cdot 5^2) \frac{\text{N}}{\text{m}} \Rightarrow$$

$$k = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

β) Τη χρονική στιγμή t_1 της έκρηξης ισχύει:

$$v = v_{\max} \cdot \sin \omega t_1 \Rightarrow v = \omega A \cdot \sin \omega t_1 \Rightarrow$$

$$v = \left(5 \cdot 0,8 \cdot \sin 5 \frac{\pi}{15} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Ορμής. Ισχύει:

$$m v = m_2 v_2 - m_1 v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{m_2 v_2 - m v}{m_1} \Rightarrow$$

$$v_1 = \left(\frac{6 \cdot 8 - 8 \cdot 2}{2} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$v_1 = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

γ) Τη χρονική στιγμή t_1 ισχύει:

$$x_1 = A \cdot \eta \mu \omega t_1 \Rightarrow$$

$$x_1 = \left(0,8 \cdot \eta \mu 5 \frac{\pi}{15} \right) \text{m} \Rightarrow x_1 = 0,4\sqrt{3} \text{m}$$

Από την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας Ταλάντωσης προκύπτει:

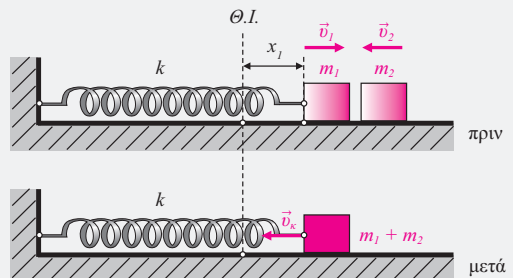
$$K + U = E_T \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} k x_1^2 = \frac{1}{2} k A'^2 \Rightarrow$$

$$A' = \sqrt{\frac{m_1 v_1^2 + k x_1^2}{k}} \Rightarrow$$

$$A' = \left(\sqrt{\frac{2 \cdot 256 + 200 \cdot 0,48}{200}} \right) \text{m} \Rightarrow$$

$$A' = 0,4\sqrt{19} \text{ m}$$

3. α)



Για τη γωνιακή συχνότητα ισχύει:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} \Rightarrow \omega = \left(\sqrt{\frac{100}{4}} \right) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Από την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας Ταλάντωσης προκύπτει:

$$K + U = E_T \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow$$

$$|v_1| = \omega \sqrt{A^2 - x_1^2} \Rightarrow$$

$$|v_1| = \left(5 \sqrt{0,5^2 - 0,3^2} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow |v_1| = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

β) Εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Ορμής. Ισχύει:

$$m_2 v_2 - m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_k \Rightarrow$$

$$v_k = \frac{m_2 v_2 - m_1 v_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow$$

$$v_k = \left(\frac{2 \cdot 7 - 4 \cdot 2}{2 + 4} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_k = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Για την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος έχουμε:

$$K_{\text{συσ}} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_k^2 \Rightarrow$$

$$K_{\text{συσ}} = \left[\frac{1}{2} (4 + 2) \cdot 1^2 \right] \text{J} \Rightarrow$$

$$K_{\text{συσ}} = 3 \text{ J}$$

γ) Από την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας Ταλάντωσης προκύπτει:

$$K_{\text{συσ}} + U = E_T \Rightarrow K_{\text{συσ}} + \frac{1}{2} k x_1^2 = \frac{1}{2} k A'^2 \Rightarrow$$

$$A' = \sqrt{\frac{2K_{\text{συσ}} + k x_1^2}{k}} \Rightarrow$$

$$A' = \left(\sqrt{\frac{2 \cdot 3 + 100 \cdot 0,09}{100}} \right) \text{m} \Rightarrow$$

$$A' = 0,1 \sqrt{15} \text{ m}$$

4. α) Από την εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε για την κίνηση του σώματος (1) προκύπτει:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 - 0 = m_1 g h \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh} \Rightarrow$$

$$v_1 = \left(\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,2} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$v_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

β) Από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής και τη διατήρηση της κινητικής ενέργειας προκύπτει:

$$v_2' = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow v_2' = \left(\frac{2 \cdot 1 \cdot 2}{1 + 3} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_2' = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

γ) Ισχύει:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_2}} \Rightarrow \omega = \left(\sqrt{\frac{300}{3}} \right) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Για το πλάτος της ταλάντωσης του σωματιώματος (2) ισχύει:

$$v_2' = v_{\text{max}} = \omega A \Rightarrow A = \frac{v_2'}{\omega} \Rightarrow A = \left(\frac{1}{10} \right) \text{m} \Rightarrow$$

$$A = 0,1 \text{ m}$$

5. α) Από την Α.Δ.Ο. προκύπτει:

$$m_1 v_1 + 0 = m_2 v_2' - m_1 v_1' \Rightarrow$$

$$v_2' = \frac{m_1 v_1 + m_1 v_1'}{m_2} \Rightarrow v_2' = \left(\frac{2 \cdot 5 + 2 \cdot 3}{2} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$v_2' = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

β) Ισχύει:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_2}} \Rightarrow \omega = \left(\sqrt{\frac{200}{2}} \right) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Για το πλάτος ταλάντωσης έχουμε:

$$v_2' = v_{\text{max}} = \omega A \Rightarrow A = \frac{v_2'}{\omega} \Rightarrow A = \left(\frac{8}{10} \right) \text{m} \Rightarrow$$

$$A = 0,8 \text{ m}$$

γ) Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, ισχύει $x = 0$ και $v_2' > 0$, επομένως για την αρχική φάση προκύπτει:

$$\varphi_0 = 0.$$

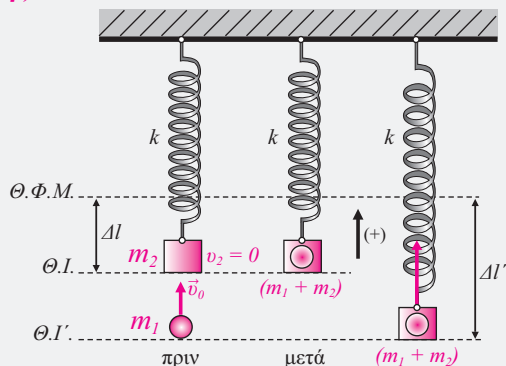
Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος (2) θα είναι:

$$x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow x = 0,8\eta\mu 10t \text{ (S.I.)}$$

6. α) Από την εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε για την κίνηση του σώματος (1) προκύπτει:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} m_1 v_0^2 &= -m_1 g h \Rightarrow \\ v_1 &= \sqrt{v_0^2 - 2gh} \Rightarrow v_1 = (\sqrt{16 - 4}) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \\ v_1 &= 2\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

β)



Στη Θ.Ι. ισχύει:

$$\begin{aligned} \Sigma F_y = 0 &\Rightarrow F_{ελ} = w_2 \Rightarrow \\ F_{ελ} = m_2 g &\Rightarrow \Delta l = \frac{m_2 g}{k} \Rightarrow \\ \Delta l &= \left(\frac{2 \cdot 10}{100} \right) \text{m} \Rightarrow \Delta l = 0,2 \text{m} \end{aligned}$$

Στη νέα Θ.Ι. ισχύει:

$$\begin{aligned} \Theta.Ι. : \Sigma F_y = 0 &\Rightarrow F_{ελ} = w_{1,2} \Rightarrow \\ k \cdot \Delta l' &= (m_1 + m_2) g \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Delta l' = \frac{(m_1 + m_2) g}{k} \Rightarrow$$

$$\Delta l' = \left[\frac{(2 + 2) \cdot 10}{100} \right] \text{m} \Rightarrow \Delta l' = 0,4 \text{m}$$

Ισχύει:

$$x = \Delta l' - \Delta l \Rightarrow x = 0,4 \text{m} - 0,2 \text{m} \Rightarrow x = 0,2 \text{m}$$

Η ταχύτητα του συσσωματώματος $\vec{v}_κ$ μπορεί να υπολογιστεί από αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\begin{aligned} m_1 v_1 &= (m_1 + m_2) v_κ \Rightarrow v_κ = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow \\ v_κ &= \left(\frac{2 \cdot 2\sqrt{3}}{2 + 2} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_κ = \sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Από την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας Ταλάντωσης προκύπτει:

$$\begin{aligned} K + U &= E_T \Rightarrow \\ \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_κ^2 + \frac{1}{2} k x^2 &= \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow \\ A &= \sqrt{\frac{(m_1 + m_2) v_κ^2 + k x^2}{k}} \Rightarrow \\ A &= \left(\sqrt{\frac{(2 + 2) \cdot 3 + 100 \cdot 0,2^2}{100}} \right) \Rightarrow \\ A &= 0,4 \text{m} \end{aligned}$$

7. α) Από την εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε για την κίνηση του σώματος (1) προκύπτει:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - 0 &= m_1 g \cdot \eta\mu\varphi \cdot S \Rightarrow \\ v_1 &= \sqrt{2g \cdot \eta\mu\varphi \cdot S} \Rightarrow \\ v_1 &= \left(\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,5 \cdot 0,3} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \\ v_1 &= \sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

β) Η ταχύτητα του συσσωματώματος $\vec{v}_κ$ μπορεί να υπολογιστεί από αρχή διατήρησης της ορμής.

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_κ \Rightarrow v_κ = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow$$

$$v_κ = \left(\frac{2 \cdot \sqrt{3}}{2+2} \right) \frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$v_κ = 0,5\sqrt{3} \frac{m}{s}$$

γ) Στη Θ.Ι. ισχύει:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{ελ} = w_2 \Rightarrow$$

$$F_{ελ} = m_2 g \cdot \eta \mu \phi \Rightarrow \Delta l = \frac{m_2 g \cdot \eta \mu \phi}{k} \Rightarrow$$

$$\Delta l = \left(\frac{2 \cdot 10 \cdot 0,5}{100} \right) m \Rightarrow \Delta l = 0,1 m$$

Στη νέα Θ.Ι. ισχύει:

$$\Theta.Ι.: \Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{ελ} = w_{1,2} \Rightarrow$$

$$k \cdot \Delta l' = (m_1 + m_2) g \cdot \eta \mu \phi \Rightarrow$$

$$\Delta l' = \frac{(m_1 + m_2) g \cdot \eta \mu \phi}{k} \Rightarrow$$

$$\Delta l' = \left[\frac{(2+2) \cdot 10 \cdot 0,5}{100} \right] m \Rightarrow \Delta l' = 0,2 m$$

Ισχύει:

$$x = \Delta l' - \Delta l \Rightarrow x = 0,2 m - 0,1 m \Rightarrow x = 0,1 m$$

Από την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας Ταλάντωσης προκύπτει:

$$K + U = E_T \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_κ^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow$$

$$A = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2) v_κ^2 + k x^2}{k}} \Rightarrow$$

$$A = \left(\sqrt{\frac{(2+2) \cdot 0,75 + 100 \cdot 0,1^2}{100}} \right) \Rightarrow$$

$$A = 0,2 m$$

8. α) Ισχύει:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \Rightarrow$$

$$\omega = \left(\sqrt{\frac{400}{4+12}} \right) \frac{\text{rad}}{s} \Rightarrow \omega = 5 \frac{\text{rad}}{s}$$

Για τη σταθερά επαναφοράς κάθε σώματος έχουμε:

$$D_1 = m_1 \omega^2 \Rightarrow D_1 = (4 \cdot 5^2) \frac{N}{m} \Rightarrow$$

$$D_1 = 100 \frac{N}{m}$$

και:

$$D_2 = m_2 \omega^2 \Rightarrow D_2 = (12 \cdot 5^2) \frac{N}{m} \Rightarrow$$

$$D_2 = 300 \frac{N}{m}$$

β) Έστω ότι τα σώματα χάνουν την επαφή σε απομάκρυνση x . Ισχύει:

$$\Sigma F = m_2 a \Rightarrow F = m_2 (-\omega^2 x) \Rightarrow$$

$$0 = m_2 (-\omega^2 x) \Rightarrow x = 0$$

Επομένως η επαφή θα χαθεί στη θέση ισορροπίας, που είναι και θέση φυσικού μήκους άρα δεν υπάρχει παραμόρφωση.

γ) Ισχύει:

$$v_1 = v_2 = v_{\max} = \omega A \Rightarrow v_1 = \omega d \Rightarrow$$

$$v_1 = (5 \cdot 0,8) \frac{m}{s} \Rightarrow v_1 = 4 \frac{m}{s}$$

Έχουμε:

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m_1}} \Rightarrow \omega' = \left(\sqrt{\frac{400}{4}} \right) \frac{\text{rad}}{s} \Rightarrow \omega' = 10 \frac{\text{rad}}{s}$$

Για το νέο πλάτος της ταλάντωσης προκύπτει:

$$v_1 = \omega' A' \Rightarrow A' = \frac{v_1}{\omega'} \Rightarrow A' = \left(\frac{4}{10} \right) m \Rightarrow$$

$$A = 0,4 m$$

9. α) Ισχύει:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \Rightarrow$$

$$\omega = \left(\sqrt{\frac{100}{2+2}} \right) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Για τη σταθερά επαναφοράς κάθε σώματος έχουμε:

$$D_1 = m_1 \omega^2 \Rightarrow D_1 = (2 \cdot 5^2) \frac{\text{N}}{\text{m}} \Rightarrow$$

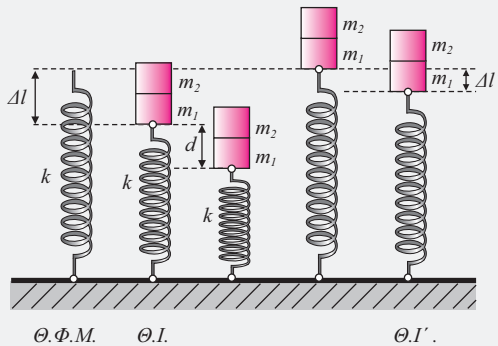
$$D_1 = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

και:

$$D_2 = m_2 \omega^2 \Rightarrow D_2 = (2 \cdot 5^2) \frac{\text{N}}{\text{m}} \Rightarrow$$

$$D_2 = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

β)



Στη θέση ισορροπίας του συστήματος των δύο σωμάτων ισχύει:

$$\Theta.Ι.: \Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{ελ.} = w_{1,2} \Rightarrow$$

$$k \cdot \Delta l = (m_1 + m_2)g \Rightarrow$$

$$\Delta l = \frac{(m_1 + m_2)g}{k} \Rightarrow$$

$$\Delta l = \left[\frac{(2+2) \cdot 10}{100} \right] \text{m} \Rightarrow \Delta l = 0,4 \text{m}$$

Για την α.α.τ. του σώματος (2) ισχύει:

$$\Sigma F_y = -D_2 y \Rightarrow$$

$$N - m_2 g = -D_2 y \Rightarrow N = m_2 g - D_2 y$$

Για να μη χάνεται η επαφή θα πρέπει:

$$N \geq 0 \Rightarrow$$

$$m_2 g - D_2 y \geq 0 \Rightarrow$$

$$m_2 g - m_2 \omega^2 y \geq 0 \Rightarrow y \leq \frac{g}{\omega^2} \Rightarrow$$

$$y \leq \frac{g}{\left(\sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \right)^2} \Rightarrow y \leq \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$$

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι η επαφή θα χαθεί όταν:

$$y = \frac{(m_1 + m_2)g}{k} = \Delta l = 0,4 \text{ m}$$

Δηλαδή στη θέση φυσικού μήκους όπου παραμόρφωση είναι μηδενική.

Φύλλο Εργασίας 10

1. β

2. β

3. α

4. γ

5. α

6. α) Σ, β) Λ, γ) Σ, δ) Λ, ε) Σ, στ) Σ, ζ) Σ, η) Σ, θ) Σ, ι) Λ, κ) Σ, λ) Λ, μ) Σ

7. Σωστή απάντηση είναι η γ)

Ισχύει:

$$A_1 = A_0 - \frac{20}{100} A_0 \Rightarrow A_1 = 0,8 A_0 \Rightarrow$$

$$A_0 e^{-\Lambda t} = 0,8 A_0 \Rightarrow e^{-\Lambda t} = 0,8$$

Προκύπτει:

$$\frac{A_5}{A_4} = e^{\Lambda t} \Rightarrow A_5 = A_4 e^{\Lambda t} \Rightarrow$$

$$A_5 = (0,8 \cdot 0,8) \text{ m} \Rightarrow A_5 = 0,64 \text{ m}$$

8. Σωστή απάντηση είναι η β)

Ισχύει:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} \Rightarrow A_2^2 = A_1 A_3 \Rightarrow$$

$$A_2 = \sqrt{A_1 A_3} \Rightarrow A_2 = (\sqrt{0,9 \cdot 0,1}) \text{ m} \Rightarrow$$

$$A_2 = 0,3 \text{ m}$$

9. α) Υπολογίζουμε τη χρονική στιγμή που το πλάτος υποτετραπλασιάζεται. Ισχύει:

$$\frac{0,8}{4} = 0,8 e^{-0,5 \cdot \ln 2 \cdot t} \Rightarrow e^{0,5 \cdot \ln 2 \cdot t} = 4 \Rightarrow$$

$$0,5 \cdot \ln 2 \cdot t = 2 \cdot \ln 2 \Rightarrow$$

$$t = 4 \text{ s}$$

β) Το πλάτος της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t' = 2 \text{ s}$ είναι:

$$A' = A_0 e^{-\Lambda t'} \Rightarrow A' = (0,8 e^{-(0,5 \cdot \ln 2)^2}) \text{ m} \Rightarrow$$

$$A' = 0,4 \text{ m}$$

γ) Υπολογίζουμε την απώλεια της ενέργειας από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι την $t' = 2 \text{ s}$. Προκύπτει:

$$E_{\alpha\pi} = E_0 - E \Rightarrow E_{\alpha\pi} = \frac{1}{2} D A_0^2 - \frac{1}{2} D A^2 \Rightarrow$$

$$E_{\alpha\pi} = \left(\frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 0,64 - \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 0,16 \right) \text{ J} \Rightarrow$$

$$E_{\alpha\pi} = 48 \text{ J}$$

Για το έργο της δύναμης αντίστασης από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι την $t' = 2 \text{ s}$ έχουμε:

$$W_{F_{\alpha\pi}} = E - E_0 \Rightarrow W_{F_{\alpha\pi}} = \frac{1}{2} D A^2 - \frac{1}{2} D A_0^2 \Rightarrow$$

$$W_{F_{\alpha\pi}} = \left(\frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 0,16 - \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 0,64 \right) \text{ J} \Rightarrow$$

$$W_{F_{\alpha\pi}} = -48 \text{ J}$$

10. α) Για την ολική ενέργεια του ταλαντωτή ισχύει:

$$E = \frac{1}{2} D A^2 \stackrel{A=A_0 e^{-\Lambda t}}{\Rightarrow}$$

$$E = \frac{1}{2} D (A_0 e^{-\Lambda t})^2 \Rightarrow E = E_0 e^{-2\Lambda t} \quad (1)$$

Τη χρονική στιγμή t_1 η ενέργεια του ταλαντωτή είναι $E_1 = \frac{E_0}{2}$ οπότε από τη σχέση (1) έχουμε:

$$\frac{E_0}{2} = E_0 e^{-2\Lambda t_1} \Rightarrow e^{-2\Lambda t_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$t_1 = \frac{\ln 2}{2\Lambda} \Rightarrow t_1 = \left(\frac{\ln 2}{2 \cdot \frac{\ln 2}{8}} \right) \text{ s} \Rightarrow$$

$$t_1 = 4 \text{ s}$$

β) Για τον αριθμό των ταλαντώσεων του αρμονικού ταλαντωτή έχουμε:

$$N = \frac{t_1}{T} \Rightarrow N = \left(\frac{4}{0,4} \right) \text{ ταλ.} \Rightarrow$$

$$N = 10 \text{ ταλ.}$$

γ) Η ενέργεια του αρμονικού ταλαντωτή τη χρονική στιγμή $t_2 = 4t_1 = 16 \text{ s}$ είναι:

$$E = E_0 e^{-2\Lambda t} \stackrel{t_2=16\text{s}, E_0=64\text{J}}{\Rightarrow} E = \left(64 e^{-\frac{\ln 2}{4} \cdot 16} \right) \text{ J} \Rightarrow$$

$$E = 4 \text{ J}$$

11. α) Από τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σώματος σε σχέση με τον χρόνο παρατηρούμε ότι μετά από 1 περίοδο ταλάντωσης το πλάτος έχει μειωθεί στο μισό, οπότε ο χρόνος υποδιπλασιασμού του πλάτους είναι ίσος με την περίοδο της ταλάντωσης του σώματος, δηλαδή:

$$t_{1/2} = 0,4 \text{ s}$$

β) Αφού η δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση του σώματος είναι της μορφής $F_{αντ.} = -bv$, το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$. Έχουμε:

$$A = A_0 e^{-\Lambda t} \quad A_0 = 0,64 \text{ m}, A_1 = 0,32 \text{ m}, t = 0,4 \text{ s} \Rightarrow$$

$$0,32 = 0,64 e^{-\Lambda \cdot 0,4} \Rightarrow$$

$$e^{-0,4\Lambda} = \frac{1}{2} \Rightarrow -0,4\Lambda = -\ln 2 \Rightarrow$$

$$\Lambda = 2,5 \cdot \ln 2 \text{ s}^{-1}$$

γ) Επειδή ο λόγος δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων (πλάτων) είναι σταθερός κατά τη διάρκεια της φθίνουσας ταλάντωσης, για το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος μετά από δύο περιόδους ισχύει:

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow A_2 = \frac{A_1^2}{A_0} \Rightarrow$$

$$A_2 = \left(\frac{0,32^2}{0,64} \right) \text{ m} \Rightarrow A_2 = 0,16 \text{ m}$$

Η θερμότητα που απελευθερώνεται στο περιβάλλον κατά τη διάρκεια της δεύτερης περιόδου είναι ίση με:

$$Q = E_1 - E_2 \Rightarrow Q = \frac{1}{2} D A_1^2 - \frac{1}{2} D A_2^2 \Rightarrow$$

$$Q = \frac{1}{2} D (A_1^2 - A_2^2) \Rightarrow Q = \frac{1}{2} m \omega^2 (A_1^2 - A_2^2) \Rightarrow$$

$$Q = \frac{1}{2} m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 (A_1^2 - A_2^2) \Rightarrow$$

$$Q = \frac{2\pi^2 m}{T^2} (A_1^2 - A_2^2) \Rightarrow$$

$$Q = \left[\frac{2 \cdot 10 \cdot 0,1}{0,4^2} (0,32^2 - 0,16^2) \right] \Rightarrow$$

$$Q = 0,96 \text{ J}$$

Φύλλο Εργασίας 11

1. δ

2. α

3. δ

4. δ

5. β

6. α) Σ, β) Λ, γ) Σ, δ) Σ, ε) Σ, στ) Σ, ζ) Σ, η) Σ, θ) Σ, ι) Σ, κ) Λ, λ) Σ, μ) Σ, ν) Σ

7. Σωστή απάντηση είναι η γ)

Για την ιδιοσυχνότητα ισχύει:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow f_0 = \left(\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{400}{1}} \right) \text{ Hz} \Rightarrow$$

$$f_0 = \frac{10}{\pi} \text{ Hz}$$

Για να απορροφά το σύστημα ενέργεια κατά τον βέλτιστο τρόπο θα πρέπει να είναι σε συντονισμό και η συχνότητα του διεγέρτη να είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης. Το ζητούμενο επί τοις εκατό ποσοστό θα είναι:

$$\Pi(\%) = \frac{f_0 - f_{\delta}}{f_{\delta}} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi(\%) = \frac{\frac{10}{\pi} - 8}{\frac{8}{\pi}} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi(\%) = 25\%$$

8. Σωστή απάντηση είναι η β)

Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος υπολογίζεται από τον τύπο:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Με την αντικατάσταση της μάζας η νέα ιδιοσυχνότητα θα είναι:

$$f'_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m'}} \Rightarrow$$

$$f'_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{4m}} \Rightarrow f'_0 = \frac{f_0}{2}$$

Με την αντικατάσταση του σώματος αλλάζει η ιδιοσυχνότητα του συστήματος, οπότε παύει να βρίσκεται σε συντονισμό και επομένως το πλάτος της ταλάντωσης θα μειωθεί.

9. α) Αφού το σύστημα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση, η συχνότητα με την οποία ταλαντώνεται θα είναι ίση με τη συχνότητα f_δ του διεγέρτη. Από τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης που δίνεται, συγκρίνοντάς τη με τη γενική της μορφή $x = A\eta\omega t$, προκύπτει ότι η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης είναι $\omega = 8 \text{ rad/s}$. Επομένως για τη συχνότητα της ταλάντωσης προκύπτει:

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow$$

$$f = \left(\frac{8}{2\pi}\right) \text{ Hz} \Rightarrow f = \frac{4}{\pi} \text{ Hz}$$

Η συχνότητα του διεγέρτη είναι:

$$f_\delta = f \Rightarrow f_\delta = \frac{4}{\pi} \text{ Hz}$$

β) Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος υπολογίζεται από τον τύπο:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow f_0 = \left(\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{100}{4}}\right) \text{ Hz} \Rightarrow$$

$$f_0 = \frac{2,5}{\pi} \text{ Hz}$$

γ) Αφού δε μεταβάλλουμε τη συχνότητα του διεγέρτη, για να πετύχουμε συντονισμό πρέπει να αλλάξει η ιδιοσυχνότητα του συστήματος. Για να συμβεί αυτό, αφού η μάζα είναι σταθερή, χρησιμοποιούμε ένα άλλο ελατήριο με σταθερά k' την οποία θα υπολογίσουμε από τη σχέση:

$$f_\delta = f'_0 \Rightarrow f_\delta = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k'}{m}} \Rightarrow$$

$$k' = 4\pi^2 f_\delta^2 m \Rightarrow k' = 4\pi^2 \cdot \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \cdot 4 \Rightarrow$$

$$k' = 256 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

10) α) Λόγω του συντονισμού έχουμε:

$$\omega_0 = \omega \Rightarrow \omega_0 = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Για τη σταθερά του ελατηρίου k ισχύει:

$$k = m\omega_0^2 \Rightarrow k = (4 \cdot 25) \frac{\text{N}}{\text{m}} \Rightarrow k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

β) Στην κατάσταση συντονισμού ισχύει:

$$F_{\text{αντ}} = -F_\delta \Rightarrow F_{\text{αντ}} = -8\sigma\upsilon\nu 5t \text{ (S.I.)}$$

Προκύπτει ότι:

$$F_{\text{αντ max}} = 8\text{N και } F_{\text{αντ max}} = b v_{\text{max}} \Rightarrow$$

$$b = \frac{F_{\text{αντ max}}}{v_{\text{max}}} \Rightarrow b = \left(\frac{8}{5 \cdot 0,8}\right) \frac{\text{kg}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$b = 2 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

γ) Επίσης, ισχύει:

$$-bv = -8\sigma\upsilon\nu 5t \Rightarrow v = 4\sigma\upsilon\nu 5t \text{ (S.I.)}$$

Τη χρονική στιγμή t_1 η ταχύτητα είναι:

$$v_1 = 4\sigma\upsilon\nu 5t_1 \Rightarrow$$

$$v_1 = \left(4\sigma\upsilon\nu 5 \cdot \frac{\pi}{15}\right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ο ρυθμός με τον οποίο προσφέρεται ενέργεια είναι:

$$\frac{dW_{F_\delta}}{dt} = F_\delta v_1 \Rightarrow \frac{dW_{F_\delta}}{dt} = -F_{\text{αντ}} v_1 \Rightarrow$$

$$\frac{dW_{F_\delta}}{dt} = +bv_1^2 \Rightarrow \frac{dW_{F_\delta}}{dt} = (2 \cdot 4) \frac{\text{J}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$\frac{dW_{F_\delta}}{dt} = 8 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

Ο ρυθμός με τον οποίο αφαιρείται ενέργεια είναι:

$$\frac{dW_{F_{\text{αντ}}}}{dt} = F_{\text{αντ}} v_1 \Rightarrow \frac{dW_{F_{\text{αντ}}}}{dt} = -bv_1^2 \Rightarrow$$

$$\frac{dW_{F_{\text{αντ}}}}{dt} = -(2 \cdot 4) \frac{\text{J}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$\frac{dW_{F_{\text{αντ}}}}{dt} = -8 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

Φύλλο Εργασίας 12**1.** γ**2.** β**3.** γ**4.** γ**5.** γ**6. α)** Σ, **β)** Λ, **γ)** Σ, **δ)** Λ, **ε)** Σ, **στ)** Λ, **ζ)** Σ, **η)** Σ, **θ)** Σ, **ι)** Σ, **κ)** Σ**7. Σωστή απάντηση είναι η α)**Υπολογίζουμε τη χρονική στιγμή t_1 :

$$\varphi_1 = \omega t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{\varphi_1}{\omega} \Rightarrow$$

$$t_1 = \frac{\varphi_1}{\frac{2\pi}{T}} \Rightarrow t_1 = \frac{2}{2\pi} \Rightarrow t_1 = \frac{11T}{4}$$

Για τη διανυόμενη απόσταση προκύπτει:

$$d = v_\delta \cdot t_1 \Rightarrow d = \frac{\lambda}{T} \cdot \frac{11T}{4} \Rightarrow d = \frac{11\lambda}{4}$$

8. Σωστή απάντηση είναι η β)

Για την ταχύτητα διάδοσης ισχύει:

$$v_\delta = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_\delta = \left(\frac{1}{0,25} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_\delta = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Για το μήκος κύματος έχουμε:

$$\frac{\lambda}{2} = 0,5\text{m} \Rightarrow \lambda = 1\text{m}$$

Για την περίοδο ισχύει:

$$v_\delta = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v_\delta} \Rightarrow T = \left(\frac{1}{4} \right) \text{s} \Rightarrow T = 0,25\text{s}$$

Τελικά προκύπτει:

$$y = A \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) (\text{S.I.}) \Rightarrow$$

$$y = 0,4 \cdot \eta\mu 2\pi (4t - x) (\text{S.I.})$$

9. Σωστή απάντηση είναι η α)

Για την ταχύτητα διάδοσης ισχύει:

$$t_\Lambda = \frac{x_\Lambda}{v_\delta} \Rightarrow v_\delta = \frac{x_\Lambda}{t_\Lambda} \Rightarrow$$

$$v_\delta = \left(\frac{8}{4} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_\delta = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Από το διάγραμμα έχουμε:

$$\frac{5T}{4} = 0,5\text{s} \Rightarrow T = 0,4\text{s}$$

Για το μήκος κύματος προκύπτει:

$$v_\delta = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = v_\delta T \Rightarrow \lambda = (2 \cdot 0,4)\text{m} \Rightarrow$$

$$\lambda = 0,8\text{m}$$

10. Σωστή απάντηση είναι η α)

Ισχύει:

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} \Rightarrow$$

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{2,25\lambda}{\lambda} \Rightarrow \Delta\varphi = 4,5\pi \text{ rad}$$

Για τη φάση του Ο προκύπτει:

$$\Delta\varphi = \varphi_0 - \varphi_\kappa \Rightarrow \varphi_0 = \Delta\varphi + \varphi_\kappa \Rightarrow$$

$$\varphi_0 = 4,5\pi \text{ rad} + 2,5\pi \text{ rad} \Rightarrow$$

$$\varphi_0 = 7\pi \text{ rad}$$

11. α) Η γενική μορφή της εξίσωσης του κύματος είναι:

$$y = A \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Συγκρίνοντας την παραπάνω εξίσωση του κύματος με αυτήν που δίνεται στην εκφώνηση, για την περίοδο προκύπτει:

$$\frac{t}{T} = 0,5t \Rightarrow T = 2\text{s}$$

Για το μήκος κύματος έχουμε:

$$\frac{x}{\lambda} = 0,5x \Rightarrow \lambda = 2\text{m}$$

β) Για την ταχύτητα διάδοσης ισχύει:

$$v_{\delta} = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v_{\delta} = \left(\frac{2}{2}\right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_{\delta} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

γ) Το σημείο Κ αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή t_k που φτάνει το κύμα σε αυτό. Ισχύει:

$$t_k = \frac{x_k}{v_{\delta}} \Rightarrow t_k = \left(\frac{2}{1}\right) \text{s} \Rightarrow t_k = 2 \text{s}$$

Για τον αριθμό των ταλαντώσεων που εκτελεί το Κ έχουμε:

$$N = f \cdot \Delta t \Rightarrow N = \frac{t - t_k}{T} \Rightarrow N = \left(\frac{6 - 2}{2}\right) \text{ταλ.} \Rightarrow N = 2 \text{ ταλ.}$$

12. α) Η γενική μορφή της εξίσωσης του κύματος είναι:

$$y = A \cdot \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Συγκρίνοντας την παραπάνω εξίσωση του κύματος με αυτήν που δίνεται στην εκφώνηση, για το μήκος κύματος προκύπτει:

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pi x \Rightarrow \lambda = 2 \text{ m}$$

β) Επειδή $\varphi_{\Sigma} > \varphi_P$, προκύπτει ότι το σημείο Σ

κινείται για περισσότερο χρόνο από το Ρ, άρα το κύμα διαδίδεται από το σημείο Σ στο Ρ.

γ) Για την απόσταση ΡΣ ισχύει:

$$\Delta \varphi = 2\pi \cdot \frac{P\Sigma}{\lambda} \Rightarrow P\Sigma = \frac{\Delta \varphi \cdot \lambda}{2\pi} \Rightarrow$$

$$P\Sigma = \left(\frac{4\pi \cdot 2}{2\pi}\right) \text{m} \Rightarrow$$

$$P\Sigma = 4 \text{ m}$$

13. α) Για τη φάση του κύματος του σημείου Ζ ισχύει:

$$\varphi_Z = \frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x_Z}{\lambda} \Rightarrow \varphi_Z = \frac{2\pi t}{T} - \frac{4\pi}{\lambda} (1)$$

Από το διάγραμμα προκύπτει ότι για $t = 0$ έχουμε $\varphi_Z = -8\pi \text{ rad}$.

Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) έχουμε:

$$-8\pi = -\frac{4\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 0,5 \text{ m}$$

Επίσης, από το διάγραμμα προκύπτει ότι για $t = 8 \text{ s}$ έχουμε $\varphi_Z = 0$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) προκύπτει:

$$0 = \frac{16\pi}{T} - 8\pi \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$

Για την ταχύτητα διάδοσης ισχύει:

$$v_{\delta} = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v_{\delta} = \left(\frac{0,5}{2}\right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_{\delta} = 0,25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

β) Η φάση του σημείου Ζ τη χρονική στιγμή $t = 20 \text{ s}$ είναι:

$$\varphi_Z = \left(\frac{2\pi \cdot 20}{2} - \frac{4\pi}{0,5}\right) \text{rad} \Rightarrow \varphi_Z = 12\pi \text{ rad}$$

γ) Τη χρονική στιγμή $t = 17,5 \text{ s}$ η απομάκρυνση του σημείου Ζ θα είναι:

$$y_z = A \cdot \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_z}{\lambda} \right) \Rightarrow$$

$$y_z = \left[0,2 \cdot \eta \mu 2\pi \left(\frac{17,5}{2} - \frac{2}{0,5} \right) \right] \text{m} \Rightarrow$$

$$y_z = -0,2 \text{ m}$$

14. α) Η γενική μορφή της εξίσωσης του κύματος είναι:

$$y = A \cdot \eta \mu 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} \right)$$

Συγκρίνοντας την παραπάνω εξίσωση του κύματος με αυτήν που δίνεται στην εκφώνηση, για την περίοδο προκύπτει:

$$\frac{t}{T} = 2t \Rightarrow T = 0,5 \text{ s}$$

Ενώ για το μήκος κύματος έχουμε:

$$\frac{x}{\lambda} = 0,2x \Rightarrow \lambda = 5 \text{ m}$$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v_{\delta} = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v_{\delta} = \left(\frac{5}{0,5} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$v_{\delta} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

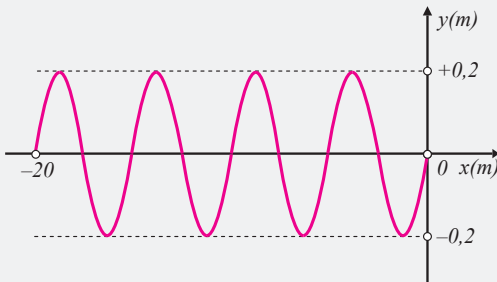
β) Μηδενίζουμε τη φάση του κύματος τη χρονική στιγμή t_1 για να βρούμε τη θέση που φτάνει το κύμα εκείνη τη χρονική στιγμή. Ισχύει:

$$0 = 2\pi(2 \cdot 2 + 0,2x_1) \Rightarrow x_1 = -20 \text{ m}$$

γ) Ισχύει:

$$\frac{|x_1|}{\lambda} = \frac{20}{5} \Rightarrow x_1 = 4\lambda$$

Σχεδιάζουμε το στιγμιότυπο του κύματος ξεκινώντας από το πιο απομακρυσμένο σημείο που βρίσκεται το κύμα τη χρονική στιγμή t_1 :



Φύλλο Εργασίας 13

1. β

2. γ

3. δ

4. β

5. δ

6. α) Σ, β) Λ, γ) Σ, δ) Λ, ε) Σ, στ) Σ, ζ) Σ, η) Λ, θ) Σ, ι) Σ, κ) Σ, λ) Σ, μ) Σ

7. Σωστή απάντηση είναι η β)

Υπολογίζουμε το μήκος κύματος:

$$v_{\delta} = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v_{\delta}}{f} \Rightarrow$$

$$\lambda = \left(\frac{4}{10} \right) \text{m} \Rightarrow \lambda = 0,4 \text{m}$$

Προκύπτει:

$$\frac{|r_1 - r_2|}{\lambda} = 1 \Rightarrow |r_1 - r_2| = 1\lambda$$

επομένως ενισχυτική συμβολή και πλάτος $2A$

8. Σωστή απάντηση είναι η β)

Η χρονική διαφορά με την οποία τα κύματα φτάνουν στο σημείο (Σ) προκύπτει ότι είναι:

$$|r_1 - r_2| = (2N + 1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow$$

$$|v_{\delta} t_1 - v_{\delta} t_2| = (2N + 1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow$$

$$\left| \frac{\lambda}{T} t_1 - \frac{\lambda}{T} t_2 \right| = (2N + 1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow$$

$$|t_1 - t_2| = (2N + 1) \frac{T}{2} \Rightarrow \Delta t = (2N + 1) \frac{T}{2} (1)$$

Για $N = 1$ από τη σχέση (1) προκύπτει:

$$\Delta t = \frac{3T}{2},$$

άρα έχουμε ακυρωτική συμβολή και το πλάτος ταλάντωσης του φελλού μετά τη συμβολή θα είναι $A' = 0$

9. Σωστή απάντηση είναι η β)

Ισχύει:

$$|r_1 - r_2| = |v t_1 - v t_2| = v |\Delta t| = \frac{\lambda}{T} 4T =$$

$$= 4\lambda \Rightarrow \frac{|r_1 - r_2|}{\lambda} = 4$$

ακέραιος και άρα $A_{\Sigma} = 2A$

Για την ενέργεια ταλάντωσης του φελλού προκύπτει:

$$E_{\varphi} = \frac{1}{2} D A_{\Sigma}^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 (2A)^2 =$$

$$= \frac{1}{2} m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 4A^2 \Rightarrow$$

$$E_{\varphi} = \frac{8m\pi^2 A^2}{T^2}$$

10. α) Από το διάγραμμα για την περίοδο έχουμε:

$$2T = 1,1s - 0,7s \Rightarrow T = 0,2s$$

Το μήκος κύματος των κυμάτων είναι:

$$\lambda = vT \Rightarrow \lambda = (5 \cdot 0,2)m \Rightarrow \lambda = 1 \text{ m}$$

β) Για τις ζητούμενες αποστάσεις ισχύουν:

$$r_1 = vt_1 \Rightarrow r_1 = (5 \cdot 0,1)m \Rightarrow r_1 = 0,5 \text{ m}$$

$$r_2 = vt_2 \Rightarrow r_2 = (5 \cdot 0,7)m \Rightarrow r_2 = 3,5 \text{ m}$$

γ) Τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,3 \text{ s}$ έχει φτάσει στο σημείο (Σ) μόνο το κύμα από την πηγή Π_1 . Θα ισχύει:

$$y_1 = A \cdot \eta \mu 2\pi \left(\frac{t_1}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) \Rightarrow$$

$$y_1 = 10 \cdot 10^{-3} \cdot \eta \mu 2\pi \left(\frac{0,3}{0,2} - \frac{0,5}{1} \right) \Rightarrow y_1 = 0$$

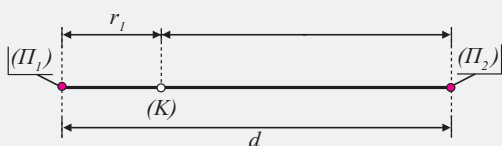
Τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,75 \text{ s}$ έχουν φτάσει στο σημείο (Σ) και τα δύο κύματα. Παρατηρούμε ότι:

$$t_2 = 0,7s + 0,05s \Rightarrow t_2 = 0,7s + \frac{T}{4}$$

Επομένως ο φελλός θα βρίσκεται σε θέση μέγιστης θετικής απομάκρυνσης, μετά τη συμβολή, δηλαδή:

$$y_2 = +20 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

11.



Όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου τα οποία ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος απέχουν από τις δύο πηγές Π_1, Π_2 αποστάσεις r_1, r_2 που ικανοποιούν τη σχέση:

$$r_1 - r_2 = N\lambda \quad (1) \text{ με } N = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Μας ενδιαφέρουν τα σημεία του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1 \Pi_2$, επομένως θα ισχύει και η σχέση:

$$r_1 + r_2 = d \quad (2)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2) παίρνουμε:

$$r_1 - r_2 + r_1 + r_2 = d + N\lambda \Rightarrow r_1 = N\frac{\lambda}{2} + \frac{d}{2} \quad (3)$$

Ισχύει όμως:

$$0 \leq r_1 \leq d$$

Τελικά, προκύπτει:

$$0 \leq N\frac{\lambda}{2} + \frac{d}{2} \leq d \Rightarrow 0 \leq N \cdot \frac{0,4}{2} + \frac{0,5}{2} \leq 0,5 \Rightarrow$$

$$-1,25 \leq N \leq 1,25$$

Επομένως ισχύει ότι: $N = -1, 0, 1$ (3 σημεία ενισχυτικής συμβολής). Με τη βοήθεια της σχέσης (3) βρίσκουμε τις αποστάσεις των σημείων αυτών από την πηγή Π_1 . Προκύπτει:

$$\text{Για } N = -1, r_1 = 0,05 \text{ m}$$

$$\text{Για } N = 0, r_1 = 0,25 \text{ m}$$

$$\text{Για } N = 1, r_1 = 0,45 \text{ m}$$

Δουλεύοντας με την ίδια μέθοδο βρίσκουμε τα σημεία του ευθύγραμμου τμήματος που παραμένουν διαρκώς ακίνητα. Τα σημεία αυτά ικανοποιούν τη σχέση:

$$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \quad (5) \text{ με } N = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις σχέσεις (2) και (5) έχουμε:

$$r_1 - r_2 + r_1 + r_2 = d + (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow$$

$$r_1 = (2N+1)\frac{\lambda}{4} + \frac{d}{2} \quad (6)$$

Ισχύει όμως:

$$0 \leq r_1 \leq d$$

Τελικά προκύπτει:

$$0 \leq (2N+1) \frac{\lambda}{4} + \frac{d}{2} \leq d \Rightarrow$$

$$0 \leq (2N+1) \frac{0,4}{4} + \frac{0,5}{2} \leq 0,5 \Rightarrow$$

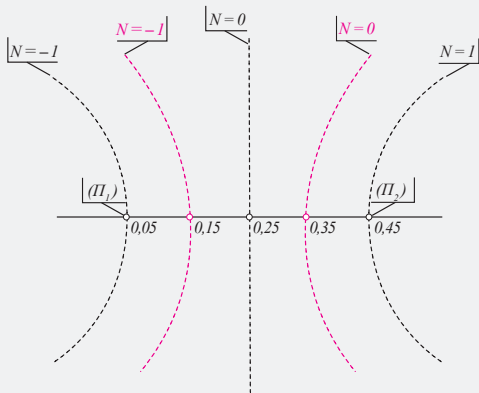
$$-1,75 \leq N \leq 0,75$$

Επομένως $N = -1, 0$ (2 σημεία ακυρωτικής). Με τη βοήθεια της σχέσης (6) βρίσκουμε τις αποστάσεις των σημείων αυτών από την πηγή Π_1 . Προκύπτει:

Για $N = -1, r_1 = 0,15 \text{ m}$

Για $N = 0, r_1 = 0,35 \text{ m}$

Οι υπερβολές ενισχυτικής και ακυρωτικής συμβολής οι οποίες τέμνουν το ευθύγραμμο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ φαίνονται στο ακόλουθο σχήμα:



12. α) Για την περίοδο ταλάντωσης των πηγών προκύπτει:

$$v = \lambda f = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \left(\frac{0,5}{2,5} \right) s \Rightarrow$$

$$T = 0,2s$$

Αφού το σημείο (Δ) βρίσκεται πάνω στη δεύτερη κατά σειρά υπερβολή ενισχυτικής συμβολής δεξιά της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος ΚΛ, ισχύει:

$$r_1 - r_2 = N\lambda \Rightarrow r_1 - r_2 = 2\lambda \Rightarrow$$

$$r_1 = r_2 + 2\lambda \Rightarrow r_1 = (0,75 + 2 \cdot 0,5) \text{ m} \Rightarrow$$

$$r_1 = 1,75 \text{ m}$$

β) Αφού το (Ζ) ανήκει στην ίδια υπερβολή ενισχυτικής συμβολής με αυτήν που διέρχεται από το σημείο (Δ), τότε ισχύει:

$$r_1 - r_2 = x_1 - x_2 = 2\lambda \Rightarrow x_1 - x_2 = 1(1)$$

$$\text{Όμως } x_1 + x_2 = d \Rightarrow x_1 + x_2 = 2,4(2)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις δύο εξισώσεις (1) και (2) έχουμε: $2x_1 = 3,4 \Rightarrow x_1 = 1,7 \text{ m}$

γ) Βρίσκουμε τις χρονικές στιγμές που φτάνουν τα δύο κύματα στο σημείο (Δ).

Το σημείο (Δ) αρχίζει να ταλαντώνεται όταν φτάσει το κύμα από την πιο κοντινή πηγή, δηλαδή από την Π_2 . Ισχύει:

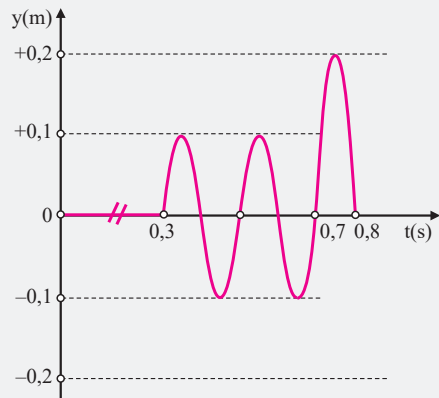
$$t_2 = \frac{r_2}{v} \Rightarrow t_2 = \left(\frac{0,75}{2,5} \right) s \Rightarrow t_2 = 0,3s$$

Η συμβολή των δύο κυμάτων στο σημείο (Δ) αρχίζει όταν έχει φτάσει και το κύμα από την πηγή Π_1 , δηλαδή:

$$t_1 = \frac{r_1}{v_\delta} \Rightarrow t_1 = \left(\frac{1,75}{2,5} \right) s \Rightarrow t_1 = 0,7s$$

Το σημείο (Δ) από $(0-0,3)s$ είναι ακίνητο, από $(0,3-0,7)s$ εκτελεί 2 ταλαντώσεις με πλάτος $A = 0,1 \text{ m}$ και από $(0,7-0,8)s$ εκτελεί μισή ταλάντωση με πλάτος $A' = 2A = 0,2 \text{ m}$.

Το διάγραμμα φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



δ) Για να παραμένει διαρκώς ακίνητο μετά την έναρξη της συμβολής το σημείο (Δ), θα πρέπει τα δύο κύματα να συμβάλλουν ακυρωτικά σε αυτό. Πρέπει να ισχύει:

$$r_1 - r_2 = (2N+1) \frac{\lambda'}{2} \Rightarrow$$

$$r_1 - r_2 = (2N+1) \frac{v_\delta}{2f'} \Rightarrow$$

$$f' = \frac{(2N+1)v_\delta}{2(r_1 - r_2)} = \frac{(2N+1) \cdot 2,5}{2 \cdot (1,5 - 0,5)} \Rightarrow$$

$$f' = (2N+1) \cdot 1,25 \text{ Hz} \text{ με } N = 0, 1, 2, \dots$$

Επειδή θέλουμε την ελάχιστη συχνότητα ταλάντωσης των δύο πηγών πρέπει $N = 0$, οπότε τελικά παίρνουμε:

$$f_{\min} = 1,25 \text{ Hz}$$

Φύλλο Εργασίας 14

1. δ

2. β

3. β

4. β

5. δ

6. α) Σ, β) Σ, γ) Σ, δ) Λ, ε) Σ, στ) Σ, ζ) Σ, η) Λ

7. Σωστή απάντηση είναι η γ)

Συγκρίνουμε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που δίνεται στην εκφώνηση με τη γενική μορφή:

$$y = 2A \sin 2\pi \frac{x}{\lambda} \cdot \mu 2\pi \frac{t}{T}$$

και έχουμε:

$$\frac{2\pi t}{T} = 10\pi t \Rightarrow T = 0,2 \text{ s}$$

Ισχύει:

$$2A = 20 \text{ cm} \Rightarrow A = 0,10 \text{ m}$$

Για τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των κοιλιών ισχύει:

$$v_{\max} = \omega \cdot 2A \Rightarrow v_{\max} = \frac{2\pi}{T} \cdot 2A \Rightarrow$$

$$v_{\max} = \left(\frac{2\pi}{0,2} \cdot 0,2 \right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$v_{\max} = 2\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

8. Σωστή απάντηση είναι η β)

Στα άκρα της χορδής δημιουργούνται δεσμοί. Το μήκος της χορδής είναι σταθερό, επομένως προκύπτει:

$$3 \frac{\lambda_1}{2} = 8 \frac{\lambda_2}{2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{3}{8} \lambda_1$$

Τελικά έχουμε:

$$\lambda_1 f_1 = \lambda_2 f_2 \Rightarrow \lambda_1 f_1 = \frac{3}{8} \lambda_1 f_2 \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{3}{8}$$

9. Σωστή απάντηση είναι η α)

Για το μήκος κύματος των κυμάτων που συμβάλλουν ισχύει:

$$L = 6 \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = \frac{4L}{13}$$

10. α) Για την περίοδο του κύματος ισχύει:

$$T = \frac{\lambda}{v_\delta} \Rightarrow T = \left(\frac{0,4}{4} \right) \text{ s} \Rightarrow T = 0,1 \text{ s}$$

Οι εξισώσεις των δύο κυμάτων θα είναι:

$$y_1 = A \cdot \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow$$

$$y_1 = 0,4 \cdot \eta \mu 2\pi (10t - 2,5x) (\text{S.I.})$$

Και:

$$y_2 = A \cdot \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow$$

$$y_2 = 0,4 \cdot \eta \mu 2\pi (10t + 2,5x) (\text{S.I.})$$

β) Η εξίσωση του στάσιμου κύματος θα έχει τη μορφή:

$$y = 2A \cdot \sin 2\pi \frac{x}{\lambda} \cdot \eta \mu 2\pi \frac{t}{T} \Rightarrow$$

$$y = 0,8 \cdot \sin 5\pi x \cdot \eta \mu 20\pi t (\text{S.I.})$$

γ) Για να υπολογίσουμε τη θέση του 5^{ου} δεσμού θέτουμε στη σχέση:

$$x_{\delta} = (2N+1) \frac{\lambda}{4}$$

όπου $N = 4$.

Προκύπτει:

$$x_{\delta} = 9 \cdot \frac{\lambda}{4} \Rightarrow x_{\delta} = \left(9 \cdot \frac{0,4}{4} \right) \text{m} \Rightarrow x_{\delta} = 0,9 \text{ m}$$

11. α) Συγκρίνουμε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που δίνεται με τη γενική μορφή:

$$y = 2A \cdot \sin 2\pi \frac{x}{\lambda} \cdot \eta \mu 2\pi \frac{t}{T}$$

Για το πλάτος των δύο κυμάτων προκύπτει:

$$2A = 0,4 \text{m} \Rightarrow A = 0,2 \text{m}$$

Για το μήκος κύματος ισχύει:

$$2\pi \frac{x}{\lambda} = 10\pi x \Rightarrow \lambda = 0,2 \text{m}$$

Για την περίοδο των κυμάτων ισχύει:

$$2\pi \frac{t}{T} = 10\pi t \Rightarrow T = 0,2 \text{s}$$

Οι εξισώσεις των δύο κυμάτων θα είναι:

$$y_1 = A \cdot \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow$$

$$y_1 = 0,2 \cdot \eta \mu 2\pi (5t - 5x) \text{ (S.I.)}$$

Και:

$$y_2 = A \cdot \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow$$

$$y_2 = 0,2 \cdot \eta \mu 2\pi (5t + 5x) \text{ (S.I.)}$$

β) Για να υπολογίσουμε τη θέση της 6^{ης} κοιλάδας θέτουμε στη σχέση:

$$x_{\kappa} = N \frac{\lambda}{2}$$

όπου $N = 5$.

Προκύπτει:

$$x_{\kappa} = 5 \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow x_{\kappa} = \left(5 \cdot \frac{0,2}{2} \right) \text{m} \Rightarrow x_{\kappa} = 0,5 \text{ m}$$

γ) Για τις θέσεις των δεσμών ισχύει:

$$x_{\delta} = (2N+1) \frac{\lambda}{4} (1)$$

Προκύπτει:

$$x_{\Sigma} < x_{\delta} < x_{\Lambda} \Rightarrow x_{\Sigma} < (2N+1) \frac{\lambda}{4} < x_{\Lambda} \Rightarrow$$

$$0,1 < (2N+1) \frac{0,2}{4} < 0,5 \Rightarrow 0,5 < N < 4,5$$

Επομένως οι ακέραιες τιμές που παίρνει το N είναι 1, 2, 3, 4 (4 δεσμοί). Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) έχουμε:

$$N = 1, x_{\delta} = \left[(2 \cdot 1 + 1) \frac{0,2}{4} \right] \text{m} \Rightarrow x_{\delta} = 0,15 \text{ m}$$

$$N = 2, x_{\delta} = \left[(2 \cdot 2 + 1) \frac{0,2}{4} \right] \text{m} \Rightarrow x_{\delta} = 0,25 \text{ m}$$

$$N = 3, x_{\delta} = \left[(2 \cdot 3 + 1) \frac{0,2}{4} \right] \text{m} \Rightarrow x_{\delta} = 0,35 \text{ m}$$

$$N = 4, x_{\delta} = \left[(2 \cdot 4 + 1) \frac{0,2}{4} \right] \text{m} \Rightarrow x_{\delta} = 0,45 \text{ m}$$

12. α) Συγκρίνουμε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που δίνεται με τη γενική μορφή:

$$y = 2A \cdot \sin 2\pi \frac{x}{\lambda} \cdot \eta \mu 2\pi \frac{t}{T}$$

Για το μήκος κύματος προκύπτει:

$$2\pi \frac{x}{\lambda} = 5\pi x \Rightarrow \lambda = 0,4 \text{m}$$

Η απόσταση μεταξύ δύο σημείων της χορδής που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος είναι:

$$d = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow d = 0,2 \text{ m}$$

β) Για την περίοδο έχουμε:

$$2\pi \frac{t}{T} = \pi t \Rightarrow T = 2 \text{s}$$

Προκύπτει:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \left(\frac{2\pi}{2} \right) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Υπολογίζουμε την ταχύτητα ταλάντωσης της κοιλάδας στη θέση $x = 0$ τη χρονική στιγμή t_1 . Έχουμε:

$$v_{O_{t_1}} = \omega \cdot 2A \cdot \sin \frac{2\pi x_0}{\lambda} \cdot \sin \frac{2\pi t_1}{T} \Rightarrow$$

$$v_{O_{t_1}} = \left(\pi \cdot 0,4 \cdot \sin 0 \cdot \sin \pi \cdot \frac{1}{6} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$v_{O_{t_1}} = 0,2\sqrt{3}\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

γ) Η απομάκρυνση της κοιλάδας στη θέση $x = 0$, τη χρονική στιγμή t_1 είναι:

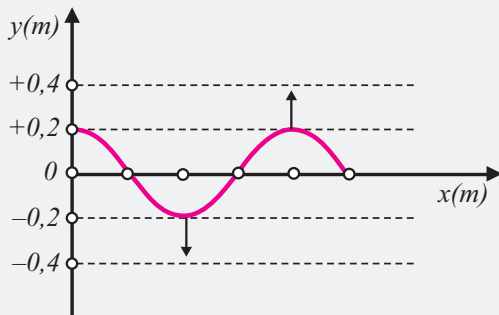
$$y_{O_{t_1}} = \left(0,4 \cdot \sin 5\pi \cdot 0 \cdot \eta \mu \pi \cdot \frac{1}{6} \right) \text{m} \Rightarrow$$

$$y_{O_{t_1}} = 0,2 \text{m}$$

Οι θέσεις των κοιλιών είναι: 0, 0,2 m, 0,4 m.

Οι θέσεις των δεσμών είναι: 0,1 m, 0,3 m, 0,5 m.

Το ζητούμενο στιγμιότυπο είναι:



13. α) Υπολογίζουμε το πλάτος του σημείου Z. Ισχύει:

$$A_Z = |0,8 \cdot \sin 20\pi x_Z| \Rightarrow$$

$$A_Z = |0,8 \cdot \sin 7\pi| \text{m} \Rightarrow A_Z = 0,8 \text{m}$$

Επομένως το σημείο Z είναι **κοιλία**.

β) Συγκρίνουμε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που δίνεται με τη γενική μορφή:

$$y = 2A \cdot \sin 2\pi \frac{x}{\lambda} \cdot \eta \mu 2\pi \frac{t}{T}$$

Για την περίοδο προκύπτει:

$$2\pi \frac{t}{T} = 0,5\pi t \Rightarrow T = 4\text{s}$$

Για τη γωνιακή συχνότητα έχουμε:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \left(\frac{2\pi}{4} \right) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = 0,5\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Το μέτρο της επιτάχυνσης του Z είναι:

$$|\alpha_Z| = \omega^2 |y_Z| \Rightarrow |\alpha_Z| = (0,25 \cdot \pi^2 \cdot 0,4) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow$$

$$|\alpha_Z| = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

γ) Υπολογίζουμε το μήκος κύματος. Προκύπτει:

$$2\pi \frac{x}{\lambda} = 20\pi x \Rightarrow \lambda = 0,1 \text{m}$$

Για την απόσταση ΟΛ έχουμε:

$$d = 7 \frac{\lambda}{2} \Rightarrow d = \left(7 \cdot \frac{0,1}{2} \right) \text{m} \Rightarrow d = 0,35 \text{m}$$

δ) Γενικά προκύπτει:

$$\frac{y_\Lambda}{y_O} = \frac{0,8 \cdot \sin 20\pi x_\Lambda \cdot \eta \mu 0,5\pi t}{0,8 \cdot \sin 20\pi x_O \cdot \eta \mu 0,5\pi t} \Rightarrow$$

$$\frac{y_\Lambda}{y_O} = -1 \Rightarrow y_\Lambda = -y_O$$

Τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνση του σημείου Ο είναι $y_O = +0,4 \cdot \sqrt{2} \text{m}$ η απομάκρυνση του Λ θα είναι:

$$y_\Lambda = -0,4 \cdot \sqrt{2} \text{m}$$

Φύλλο Εργασίας 15

1. γ

2. α

3. δ

4. α

5. δ

6. α) Σ, β) Σ, γ) Σ, δ) Λ, ε) Σ, στ) Λ, ζ) Σ, η) Λ, θ) Σ, ι) Σ, κ) Σ, λ) Σ, μ) Σ, ν) Σ, ξ) Λ, ο) Σ, π) Σ, ρ) Σ

7. Σωστή απάντηση είναι η γ)

Ισχύει:

$$\frac{E_{\max}}{B_{\max}} = c \Rightarrow E_{\max} = cB_{\max} \Rightarrow$$

$$E_{\max} = (3 \cdot 10^8 \cdot 4 \cdot 10^{-2}) \frac{N}{c} \Rightarrow E_{\max} = 12 \cdot 10^6 \frac{N}{c}$$

Προκύπτει:

$$E = E_{\max} \cdot \eta \mu \varphi \Rightarrow E = (12 \cdot 10^6 \cdot 1) \frac{N}{c} \Rightarrow$$

$$E = 12 \cdot 10^6 \frac{N}{c}$$

8. Σωστή απάντηση είναι η β)

Για την περίπτωση β ισχύει:

$$\frac{E_{\max}}{B_{\max}} = \left(\frac{600}{200 \cdot 10^{-8}} \right) \frac{m}{s} = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} = c$$

Συγκρίνοντας την εξίσωση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου που δίνεται στην εκφώνηση με τη γενική της μορφή:

$$E = E_{\max} \cdot \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

προκύπτει:

$$\frac{t}{T} = 15 \cdot 10^{10} t \Rightarrow T = \frac{1}{15} \cdot 10^{-10} s$$

Επίσης έχουμε:

$$\frac{x}{\lambda} = 500x \Rightarrow \lambda = \frac{10^{-2}}{5} m$$

Η ταχύτητα διάδοσης είναι:

$$v_{\delta} = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v_{\delta} = \left(\frac{\frac{10^{-2}}{5}}{\frac{1}{15} \cdot 10^{-10}} \right) \frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$v_{\delta} = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} = c$$

9. Σωστή απάντηση είναι η γ)

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι σταθερή και ίση με την ταχύτητα του φωτός c.

Ισχύει:

$$c = \text{σταθ.} \quad \text{άρα} \quad \frac{\lambda}{T} = \frac{\lambda'}{4T} \Rightarrow \lambda' = 4\lambda$$

10. α) Συγκρίνουμε την εξίσωση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου που δίνεται, με τη γενική μορφή της:

$$E = E_{\max} \cdot \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Προκύπτει:

$$\frac{t}{T} = 2 \cdot 10^7 t \Rightarrow T = 5 \cdot 10^{-8} s$$

Η συχνότητα του ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \left(\frac{1}{5 \cdot 10^{-8}} \right) \text{Hz} \Rightarrow f = 2 \cdot 10^7 \text{Hz}$$

β) Επίσης, έχουμε:

$$\frac{x}{\lambda} = \frac{2x}{3} \Rightarrow \lambda = 1,5m$$

Η ταχύτητα διάδοσης είναι:

$$v_{\delta} = \lambda f \Rightarrow v_{\delta} = (1,5 \cdot 2 \cdot 10^7) \frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$v_{\delta} = 3 \cdot 10^7 \frac{m}{s} \neq c$$

Επομένως το ηλεκτρομαγνητικό κύμα δεν διαδίδεται στο κενό.

γ) Βρίσκουμε τη μέγιστη τιμή της έντασης του μαγνητικού πεδίου. Ισχύει:

$$\frac{E_{\max}}{B_{\max}} = v_{\delta} \Rightarrow B_{\max} = \frac{E_{\max}}{v_{\delta}} \Rightarrow$$

$$B_{\max} = \left(\frac{30}{3 \cdot 10^7} \right) T \Rightarrow B_{\max} = 10^{-6} T$$

Η εξίσωση της έντασης του μαγνητικού πεδίου του κύματος θα έχει τη μορφή:

$$B = B_{\max} \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow$$

$$B = 10^{-6} \cdot \eta\mu 2\pi \left(2 \cdot 10^7 t - \frac{2x}{3} \right) (\text{S.I.})$$

11. α) Συγκρίνουμε την εξίσωση της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δίνεται, με τη γενική μορφή της:

$$B = B_{\max} \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Προκύπτει:

$$\frac{t}{T} = 5 \cdot 10^{14} t \Rightarrow f = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής υπολογίζουμε το μήκος κύματος. Ισχύει:

$$c = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow$$

$$\lambda = \left(\frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{14}} \right) \text{ m} \Rightarrow \lambda = 600 \text{ nm}$$

Επομένως το συγκεκριμένο κύμα ανήκει στο **ορατό φάσμα**.

β) Βρίσκουμε τη μέγιστη τιμή της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου. Ισχύει:

$$\frac{E_{\max}}{B_{\max}} = c \Rightarrow E_{\max} = c B_{\max} \Rightarrow$$

$$E_{\max} = (3 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 10^{-8}) \frac{\text{V}}{\text{m}} \Rightarrow E_{\max} = 6 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Η εξίσωση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου του κύματος θα έχει τη μορφή:

$$E = E_{\max} \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow$$

$$E = 6 \cdot \eta\mu 2\pi \left(5 \cdot 10^{14} t - \frac{10^7}{6} x \right) (\text{S.I.})$$

γ) Αντικαθιστούμε όπου $t = 12 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ και $x = 60 \text{ m}$ στην εξίσωση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου. Προκύπτει:

$$E = 6 \cdot \eta\mu 2\pi \left(5 \cdot 10^{14} t - \frac{10^7}{6} x \right) \Rightarrow$$

$$E = \left[6 \cdot \eta\mu 2\pi \left(5 \cdot 10^{14} \cdot 12 \cdot 10^{-7} - \frac{10^7}{6} \cdot 60 \right) \right] \frac{\text{V}}{\text{m}} \Rightarrow$$

$$E = 0$$

Φύλλο Εργασίας 16

1. δ

2. α

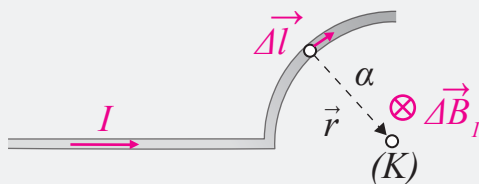
3. β

4. δ

5. α

6. α) Σ, β) Σ, γ) Λ, δ) Σ, ε) Σ, στ) Λ, ζ) Σ, η) Λ, θ) Σ, ι) Λ

7. Σωστή απάντηση είναι η α)



Εφαρμόζουμε τον νόμο των Biot - Savart για στοιχειώδες τμήμα του τεταρτοκυκλίου για να υπολογίσουμε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί στο Κ. Έχουμε:

$$\Delta B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot \Delta l}{r^2} \cdot \eta\mu\theta(1)$$

Ισχύει ότι κάθε στοιχειώδες τμήμα $\Delta \vec{l}$ απέχει από το σημείο Κ απόσταση $r = a$ ενώ η γωνία μεταξύ κάθε στοιχειώδους τμήματος $\Delta \vec{l}$ και $\vec{r}$ είναι $\theta = \pi/2 \text{ rad}$. Από τη σχέση (1) προκύπτει:

$$\Delta B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot \Delta l}{a^2} \cdot \eta\mu \frac{\pi}{2} \Rightarrow \Delta B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot \Delta l}{a^2}$$

Σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού το διάνυσμα του $\Delta \vec{B}_1$ είναι κάθετο στο επίπεδο που ορίζουν τα $\Delta \vec{l}$ και $\vec{r}$ με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

Για το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί στο Κ, ολόκληρο το τεταρτοκύκλιο, ισχύει:

$$B_1 = \Delta B_1 \Rightarrow B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{\alpha^2} \cdot \Delta l \Rightarrow$$

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{\alpha^2} \cdot \frac{\pi \alpha}{2} \Rightarrow B_1 = \frac{\mu_0 I}{8\alpha}$$

Θεωρώντας ένα στοιχειώδες τμήμα $\Delta \vec{l}$ του ευθύγραμμου τμήματος, εφαρμόζουμε τον νόμο των Biot - Savart για να βρούμε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί στο Κ. Ισχύει:

$$\Delta B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot \Delta l}{\alpha^2} \cdot \eta \mu 0^\circ \Rightarrow \Delta B_2 = 0$$

Επομένως, για το μέτρο της συνολικής έντασης του μαγνητικού πεδίου στο Κ, έχουμε:

$$B_\kappa = B_1 \Rightarrow B_\kappa = \frac{\mu_0 I}{8\alpha}$$

8. Σωστή απάντηση είναι η γ)

Από την εφαρμογή του νόμου του Ohm, έχουμε:

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2 + r} \Rightarrow I = \frac{E}{10R}$$

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο ρευματοφόρος αγωγός στο σημείο Ζ είναι:

$$B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{d} \Rightarrow B_z = \frac{\mu_0 E}{20\pi R d}$$

9. Σωστή απάντηση είναι η γ)

Αρχικά:

Με τη βοήθεια του νόμου του Ohm έχουμε:

$$I = \frac{E}{R}$$

Για το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ του αγωγού, προκύπτει:

$$B_\kappa = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I}{\alpha} \Rightarrow B_\kappa = \frac{\mu_0 E}{2\alpha R}$$

Τελικά:

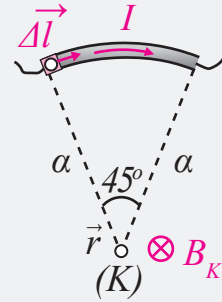
Με τη βοήθεια του νόμου του Ohm, έχουμε:

$$I' = \frac{2E}{R + r} \Rightarrow I' = \frac{E}{R}$$

Για το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ του αγωγού, προκύπτει:

$$B'_\kappa = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I'}{\alpha} \Rightarrow B'_\kappa = B_\kappa$$

10.



Εφαρμόζουμε τον νόμο των Biot - Savart για στοιχειώδες τμήμα του τόξου για να υπολογίσουμε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί στο Κ. Έχουμε:

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot \Delta l}{r^2} \cdot \eta \mu \theta (1)$$

Ισχύει ότι κάθε στοιχειώδες τμήμα $\Delta \vec{l}$ απέχει από το σημείο Κ απόσταση ενώ η γωνία μεταξύ κάθε στοιχειώδους τμήματος $\Delta \vec{l}$ και $\vec{r}$ είναι $\theta = \pi/2$ rad. Από τη σχέση (1) προκύπτει:

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot \Delta l}{\alpha^2} \cdot \eta \mu \frac{\pi}{2} \Rightarrow \Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot \Delta l}{\alpha^2}$$

Για το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί στο Κ, ολόκληρος ο αγωγός, ισχύει:

$$B_k = \Sigma \Delta B \Rightarrow B_k = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{\alpha^2} \cdot \Sigma \Delta l \Rightarrow$$

$$B_k = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{\alpha^2} \cdot s(2)$$

Για το τόξο ισχύει $s = \alpha\theta$.

Αντικαθιστώντας στη σχέση (2) προκύπτει:

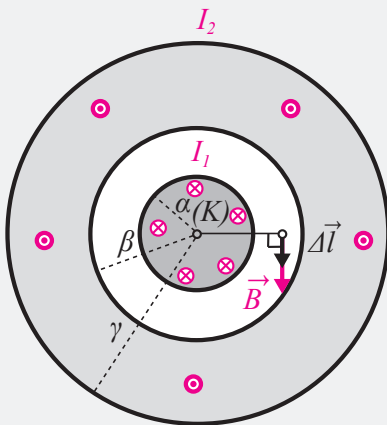
$$B_k = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{\alpha^2} \cdot \alpha\theta \Rightarrow B_k = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{\alpha} \cdot \theta \Rightarrow$$

$$B_k = \left(\frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi} \cdot \frac{10}{0,1} \cdot \frac{\pi}{4} \right) T \Rightarrow$$

$$B_k = 25\pi \cdot 10^{-7} T$$

Σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού, το διάνυσμα της έντασης $\vec{B}_k$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο αγωγός στο Κ είναι κάθετο στο επίπεδο της σελίδας με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

11. α)



Θεωρούμε μια νοητή περιφέρεια κύκλου ακτίνας $r = 2 \text{ cm}$ η οποία περιβάλλει το σύρμα ακτίνας a . Τα διανύσματα $\vec{B}, \vec{\Delta l}$ σε κάθε θέση έχουν την ίδια κατεύθυνση, επομένως $\theta = 0^\circ$ και $\sin\theta = 1$.

Σύμφωνα με τον νόμο του Ampère θα ισχύει:

$$\Sigma B \cdot \Delta l \cdot \sin 0^\circ = \mu_0 I_1 \Rightarrow B \cdot 2\pi r = \mu_0 I_1 \Rightarrow$$

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \Rightarrow B = \left(\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2\pi \cdot 10^{-2}} \right) T \Rightarrow$$

$$B = 2 \cdot 10^{-5} T$$

β) Θεωρούμε μια νοητή περιφέρεια κύκλου ακτίνας $r = 10 \text{ cm}$. Σύμφωνα με τον νόμο του Ampère θα ισχύει:

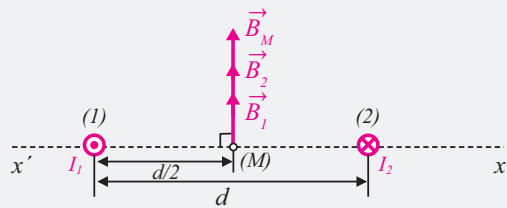
$$\Sigma B' \cdot \Delta l \cdot \sin 0^\circ = \mu_0 (I_2 - I_1) \Rightarrow$$

$$B' \cdot 2\pi r = \mu_0 (I_2 - I_1) \Rightarrow B' = \frac{\mu_0 (I_2 - I_1)}{2\pi r} \Rightarrow$$

$$B' = \left(\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^{-2}} \right) T \Rightarrow$$

$$B' = 0,8 \cdot 10^{-5} T$$

12. α)



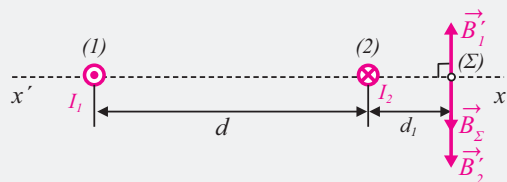
Για τη συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι αγωγοί στο σημείο Μ ισχύει:

$$B_M = B_1 + B_2 \Rightarrow B_M = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{d/2} + \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{d/2} \Rightarrow$$

$$B_M = \left(10^{-7} \cdot \frac{2 \cdot 1}{0,1} + 10^{-7} \cdot \frac{2 \cdot 2}{0,1} \right) T \Rightarrow$$

$$B_M = 6 \cdot 10^{-6} T$$

β)



Για τη συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι αγωγοί στο σημείο Μ ισχύει:

$$B_{\Sigma} = B_2 - B_1' \Rightarrow B_{\Sigma} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{d_1} - \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{(d+d_1)} \Rightarrow$$

$$B_{\Sigma} = \left(10^{-7} \cdot \frac{2 \cdot 2}{0,05} - 10^{-7} \cdot \frac{2 \cdot 1}{0,25} \right) T \Rightarrow$$

$$B_{\Sigma} = 72 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

γ) Έχουμε:

$$B_1'' = B_2'' \Rightarrow \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{(d+d_1)} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2'}{d_1} \Rightarrow$$

$$I_2' = \frac{I_1 d_1}{(d+d_1)} \Rightarrow I_2' = \left(\frac{1 \cdot 0,05}{0,25} \right) A \Rightarrow I_2' = 0,2 A$$

Για τη μεταβολή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό (2) προκύπτει ότι:

$$\Delta I_2 = I_2' - I_2 \Rightarrow \Delta I_2 = 0,2 A - 2 A \Rightarrow$$

$$\Delta I_2 = -1,8 A$$

13. α) Υπολογίζουμε την ακτίνα του κυκλικού αγωγού. Ισχύει:

$$l = N2\pi\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{l}{2\pi} \Rightarrow \alpha = \left(\frac{0,4\pi^2}{2\pi} \right) m \Rightarrow$$

$$\alpha = 0,2\pi \text{ m}$$

β) Υπολογίζουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό με τη βοήθεια του νόμου του Ohm για κλειστό κύκλωμα. Προκύπτει:

$$I = \frac{E}{R} \Rightarrow I = \left(\frac{20}{10} \right) A \Rightarrow I = 2 A$$

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού θα είναι:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I}{\alpha} \Rightarrow B = \left(\frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi} \frac{4\pi}{0,2\pi} \right) T \Rightarrow$$

$$B = 2 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

γ) Υπολογίζουμε τη νέα ακτίνα του κυκλικού αγωγού. Έχουμε:

$$l = N2\pi\alpha' \Rightarrow \alpha' = \frac{l}{20 \cdot 2\pi} \Rightarrow$$

$$\alpha' = \left(\frac{0,4\pi^2}{40\pi} \right) m \Rightarrow \alpha' = 0,01\pi \text{ m}$$

Για το νέο μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού θα ισχύει:

$$B' = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{N2\pi I}{\alpha} \Rightarrow$$

$$B' = \left(\frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi} \cdot \frac{40\pi \cdot 2}{0,01\pi} \right) T \Rightarrow$$

$$B' = 8 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

Φύλλο Εργασίας 17

1. δ

2. α

3. γ

4. α

5. δ

6. α) Σ, **β)** Λ, **γ)** Σ, **δ)** Σ, **ε)** Σ

7. Σωστή απάντηση είναι η **α)**

Η περίοδος της κυκλικής κίνησης υπολογίζεται από τον τύπο:

$$T = \frac{2\pi m}{B|q|} \Rightarrow T = \left(\frac{2\pi \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} \right) s \Rightarrow T = \pi \cdot 10^{-3} s$$

Σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 4\pi s$ το σωματίδιο εκτελεί:

$$N = \frac{\Delta t}{T} \Rightarrow N = \left(\frac{4\pi}{\pi \cdot 10^{-3}} \right) \text{περ.} \Rightarrow$$

$$N = 4000 \text{ περ.}$$

8. Σωστή απάντηση είναι η **α)**

Κατά την κίνηση στο φίλτρο ταχυτήτων ισχύει:

$$v = \frac{E}{B}$$

Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς των πρωτονίων στο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου B' είναι:

$$R_p = \frac{m_p v}{B' q_p}$$

Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς των σωματιδίων α στο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου B' είναι:

$$R_\alpha = \frac{m_\alpha v}{B' q_\alpha} \Rightarrow R_\alpha = \frac{4m_p v}{B' 2q_p} \Rightarrow R_\alpha = 2R_p$$

Για την απόσταση d ισχύει:

$$d = 2R_\alpha - 2R_p \Rightarrow d = 2R_p \Rightarrow d = 2 \frac{m_p v}{B' q_p}$$

$$d = \frac{m_p E}{2B^2 q_p}$$

9. Σωστή απάντηση είναι η α)

Η περίοδος της ελικοειδούς κίνησης είναι:

$$T = \frac{2\pi m}{B|q|} \Rightarrow$$

$$T = \left(\frac{2\pi \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-6}} \right) s \Rightarrow T = 5\pi \cdot 10^{-3} s$$

Για το βήμα της έλικας έχουμε:

$$\beta = v_\pi T \Rightarrow \beta = v \cdot \sin\varphi \cdot T \Rightarrow$$

$$\beta = \left(4 \cdot 10^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 5\pi \cdot 10^{-3} \right) m \Rightarrow$$

$$\beta = \pi\sqrt{3} m$$

Για τον αριθμό των περιστροφών ισχύει:

$$N = \frac{\Delta x}{\beta} \Rightarrow N = \left(\frac{20\pi\sqrt{3}}{\pi\sqrt{3}} \right) \pi \text{ερ.} \Rightarrow$$

$$N = 20 \text{ περ.}$$

10. α) Η κατεύθυνση που σχηματίζει η ταχύτητα με την κατεύθυνση των μαγνητικών γραμμών είναι $\theta = 90^\circ$. Το μέτρο της δύναμης που δέχεται το φορτισμένο σωματίδιο από το μαγνητικό πεδίο είναι:

$$F_L = Bv|q| \cdot \eta \mu 90^\circ \Rightarrow$$

$$F_L = Bv|q| \Rightarrow F_L = (1 \cdot 50 \cdot 4 \cdot 10^{-6}) N \Rightarrow$$

$$F_L = 2 \cdot 10^{-4} N$$

β) Το σωματίδιο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Η συχνότητα της κυκλικής κίνησης είναι:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{B|q|}{2\pi m} \Rightarrow f = \left(\frac{1 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{2\pi \cdot 10^{-6}} \right) \text{Hz} \Rightarrow$$

$$f = \frac{2}{\pi} \text{Hz}$$

γ) Το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου κατά την κίνησή του μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο είναι σταθερό, επομένως η μεταβολή της κινητικής του ενέργειας κατά τη χρονική διάρκεια Δt είναι ίση με μηδέν.

11. Η ακτίνα της κυκλικής κίνησης είναι:

$$R = \frac{mv}{B|q|} \Rightarrow R = \left(\frac{10^{-7} \cdot 160}{4 \cdot 4 \cdot 10^{-6}} \right) m \Rightarrow R = 1m$$

Σχεδιάζουμε τη μαγνητική δύναμη Lorentz στο σημείο εισόδου (Α) και στο σημείο εξόδου (Γ). Το σημείο τομής (Κ) των φορέων των δυνάμεων που σχεδιάσαμε είναι το κέντρο (Κ) της κυκλικής τροχιάς.

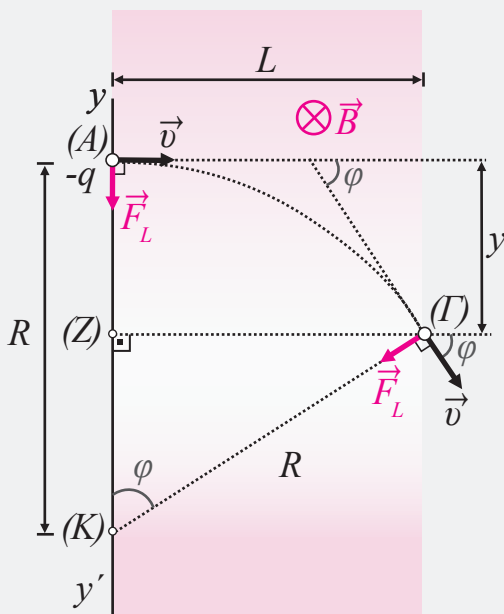
Εφαρμόζουμε το πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο ΚΖΓ. Ισχύει:

$$(ΚΓ)^2 = (ΚΖ)^2 + (ΖΓ)^2 \Rightarrow$$

$$R^2 = (ΚΖ)^2 + L^2 \Rightarrow (ΚΖ) = \sqrt{R^2 - L^2} \Rightarrow$$

$$(ΚΖ) = \left[\sqrt{1^2 - (0,5\sqrt{3})^2} \right] m \Rightarrow$$

$$(ΚΖ) = 0,5m$$

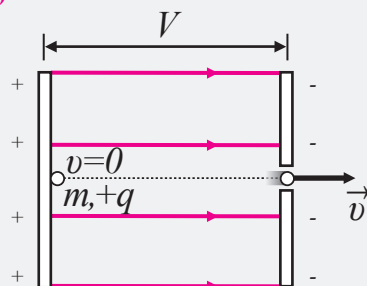


$$\Delta t = \frac{\varphi}{2\pi} \cdot \frac{2\pi m}{B|q|} \Rightarrow \Delta t = \frac{\varphi \cdot m}{B|q|} \Rightarrow$$

$$\Delta t = \left(\frac{\frac{\pi}{3} \cdot 10^{-7}}{4 \cdot 4 \cdot 10^{-6}} \right) \text{ s} \Rightarrow$$

$$\Delta t = \frac{\pi}{48} \cdot 10^{-1} \text{ s}$$

12. α)



Η γωνιακή εκτροπή είναι η γωνία φ που σχηματίζουν οι κατευθύνσεις των ταχυτήτων κατά την είσοδο και την έξοδο από το πεδίο. Από γεωμετρία προκύπτει ότι η γωνία φ είναι ίση με τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας $\vec{v}$ στο σημείο εξόδου (Γ) με την οριζόντια διεύθυνση. Είναι επίσης ίση με την επίκεντρη γωνία που σχηματίζουν οι ακτίνες στα σημεία εισόδου και εξόδου, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Από το τρίγωνο KZΓ ισχύει:

$$\eta\mu\varphi = \frac{(Z\Gamma)}{(K\Gamma)} = \frac{L}{R} \Rightarrow \eta\mu\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$\varphi = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

Για τη χρονική διάρκεια της κίνησης του σωματιδίου μέσα στο μαγνητικό πεδίο, έχουμε:

$$\omega = \frac{\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\varphi}{2\pi} T \Rightarrow$$

Το φορτισμένο σωματίδιο επιταχύνεται με τη βοήθεια ηλεκτρικού πεδίου στο οποίο έχουμε εφαρμόσει τη δεδομένη τάση. Εφαρμόζοντας το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας για την κίνηση του φορτισμένου σωματιδίου πριν εισέρθει στο μαγνητικό πεδίο, προκύπτει:

$$\Theta.M.K.E.: \Delta K = \Sigma W_F \Rightarrow$$

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{F_{\eta\lambda}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = |q|V \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2|q|V}{m}} \Rightarrow$$

$$v = \left(\sqrt{2 \cdot 10^6 \cdot 5000} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$v = 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

β) Την στιγμή που το σωματίδιο εξέρχεται από το μέσο (Μ) της πλευράς (ΑΔ) έχει διαγράψει ημικύκλιο διαμέτρου (ΑΜ) = $\frac{\alpha}{2}$. Άρα η

ακτίνα της κυκλικής τροχιάς είναι $R = \frac{\alpha}{4}$.

Επομένως, προκύπτει:

$$R = \frac{mv}{B|q|} \Rightarrow \frac{\alpha}{4} = \frac{mv}{B|q|} \Rightarrow$$

$$\alpha = \frac{4mv}{B|q|} \Rightarrow \alpha = \left(\frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 10^5}{2} \right) \text{m} \Rightarrow$$

$$\alpha = 0,2 \text{ m}$$

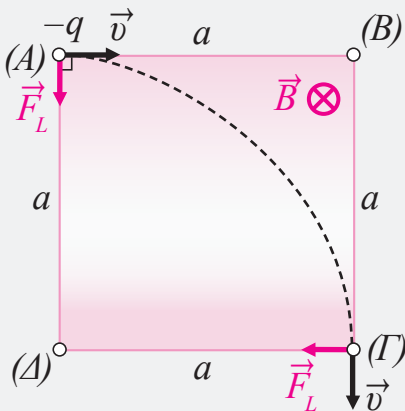
γ) Το σωματίδιο διαγράφει ημικύκλιο μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο, επομένως ο χρόνος κίνησης είναι:

$$\Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{2\pi m}{2B|q|} \Rightarrow \Delta t = \left(\frac{\pi \cdot 10^{-6}}{2} \right) \text{s} \Rightarrow$$

$$\Delta t = 5\pi \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

δ) Κατά την κίνηση του σωματιδίου μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο το μέτρο της ταχύτητας του (άρα και το μέτρο της ορμής του) δεν μεταβάλλεται, άρα η μεταβολή του μέτρου της ορμής είναι ίση με μηδέν.

13. α)



Το σωματίδιο διαγράφει τεταρτοκύκλιο, επομένως ισχύει $R = \alpha = 0,4 \text{ m}$.

Ισχύει:

$$R = \frac{mv}{B|q|} \Rightarrow B = \frac{mv}{R|q|} \Rightarrow$$

$$B = \left(\frac{10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^2}{0,4 \cdot 10^{-5}} \right) \text{T} \Rightarrow$$

$$B = 0,5 \text{ T}$$

β) Για τον χρόνο παραμονής μέσα στο μαγνητικό πεδίο ισχύει:

$$\Delta t = \frac{T}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi m}{B|q|} \Rightarrow$$

$$\Delta t = \left(\frac{10^{-8} \cdot \pi}{2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-5}} \right) \text{s} \Rightarrow$$

$$\Delta t = \pi \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

Φύλλο Εργασίας 18

1. α

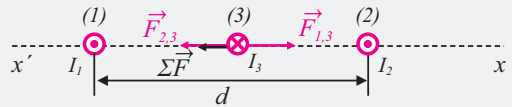
2. β

3. α

4. γ

5. δ

6. Σωστή απάντηση είναι η α)



Οι αγωγοί (1), (3) διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα, επομένως απωθούνται.

Το μέτρο της δύναμης Laplace $\vec{F}_{1,3}$, ανά μονάδα μήκους, που δέχεται ο αγωγός (3) από τον αγωγό (1) θα είναι:

$$\frac{F_{1,3}}{l} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_3}{\frac{d}{2}} \Rightarrow \frac{F_{1,3}}{l} = \frac{\mu_0 I^2}{\pi d}$$

Οι αγωγοί (2), (3) διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα, επομένως απωθούνται.

Το μέτρο της δύναμης Laplace $\vec{F}_{2,3}$, ανά μονάδα μήκους, που δέχεται ο αγωγός (3) από τον αγωγό (2) θα είναι:

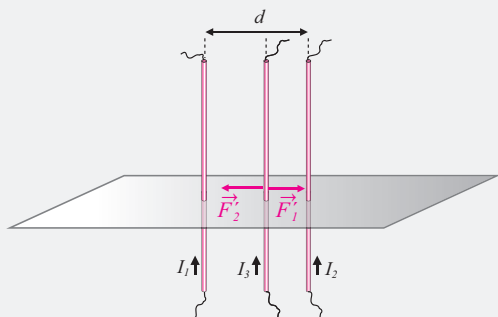
$$\frac{F_{2,3}}{l} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2 I_3}{\frac{d}{2}} \Rightarrow \frac{F_{2,3}}{l} = \frac{2\mu_0 I^2}{\pi d}$$

Το μέτρο της συνολικής δύναμης Laplace, ανά μονάδα μήκους, που δέχεται ο αγωγός (3) θα είναι:

$$\frac{\Sigma F}{l} = \frac{F_{2,3}}{l} - \frac{F_{1,3}}{l} \Rightarrow \frac{\Sigma F}{l} = \frac{2\mu_0 I^2}{\pi d} - \frac{\mu_0 I^2}{\pi d} \Rightarrow$$

$$\frac{\Sigma F}{l} = \frac{\mu_0 I^2}{\pi d}$$

7. Σωστή απάντηση είναι η γ)



Έστω ότι ο τρίτος αγωγός A_3 πρέπει να βρίσκεται σε απόσταση x από τον αγωγό A_1 . Θεωρούμε ότι διαρρέεται και αυτός από ρεύμα ίδιας φοράς με τους άλλους δυο. Ο αγωγός A_1 ασκεί σε τμήμα του αγωγού A_3 , μήκους l , ελκτική δύναμη:

$$F_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I_1 I_3}{x} l$$

Επίσης, αγωγός A_2 ασκεί στο ίδιο τμήμα του αγωγού A_3 ελκτική δύναμη:

$$F_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I_2 I_3}{(d-x)} l$$

Για να ισορροπεί ο αγωγός A_3 πρέπει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_1 = F_2$$

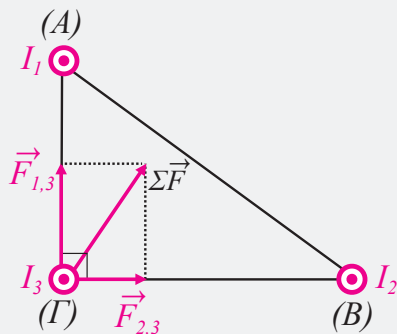
επομένως:

$$\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I_1 I_3}{x} l = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I_2 I_3}{(d-x)} l$$

Από την τελευταία σχέση προκύπτει:

$$\frac{4I}{x} = \frac{TM}{d-x} \Rightarrow 4d = 5x \Rightarrow x = 0,8d$$

8. Σωστή απάντηση είναι η γ)



Το μέτρο της δύναμης Laplace ανά μονάδα μήκους που δέχεται ο αγωγός (3) από τον αγωγό (1) είναι:

$$\frac{F_{1,3}}{l} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_3}{\Delta\Gamma} \Rightarrow$$

$$\frac{F_{1,3}}{l} = \left(\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3}{4\pi \cdot 3 \cdot 10^{-2}} \right) \frac{N}{m} \Rightarrow$$

$$\frac{F_{1,3}}{l} = 4 \cdot 10^{-5} \frac{N}{m}$$

Το μέτρο της δύναμης Laplace ανά μονάδα μήκους που δέχεται ο αγωγός (3) από τον αγωγό (2) είναι:

$$\frac{F_{2,3}}{l} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2 I_3}{B\Gamma} \Rightarrow$$

$$\frac{F_{2,3}}{l} = \left(\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3}{4\pi \cdot 4 \cdot 10^{-2}} \right) \frac{N}{m} \Rightarrow$$

$$\frac{F_{2,3}}{l} = 3 \cdot 10^{-5} \frac{N}{m}$$

Το μέτρο της συνολικής δύναμης Laplace, ανά μονάδα μήκους, που δέχεται ο αγωγός (3) από τους άλλους δύο αγωγούς είναι:

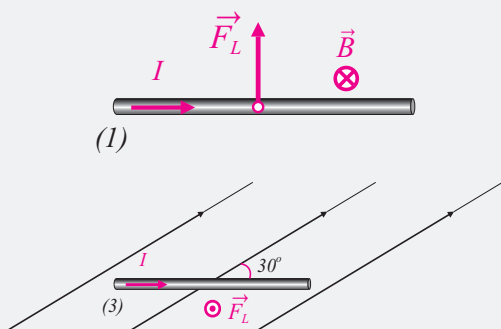
$$\frac{\Sigma F}{l} = \sqrt{\left(\frac{F_{1,3}}{l} \right)^2 + \left(\frac{F_{2,3}}{l} \right)^2} \Rightarrow$$

$$\frac{\Sigma F}{l} = \left[\sqrt{(4 \cdot 10^{-5})^2 + (3 \cdot 10^{-5})^2} \right] N \Rightarrow$$

$$\frac{\Sigma F}{l} = 5 \cdot 10^{-5} \frac{N}{m}$$

9. α) Σχεδιάζουμε τη δύναμη Laplace για τους αγωγούς (1), (3) με τη βοήθεια των 3 δαχτύλων του δεξιού χεριού.

Για τον αγωγό (2) επειδή η διεύθυνσή του σχηματίζει γωνία 0° με τις δυναμικές γραμμές, η δύναμη Laplace είναι ίση με μηδέν.



β) Για τον αγωγό (1) το μέτρο της δύναμης Laplace που του ασκείται, είναι:

$$F_L = BIl \cdot \eta\mu 90^\circ \Rightarrow F_L = (2 \cdot 5 \cdot 0,5) \text{ N} \Rightarrow$$

$$F_L = 5 \text{ N}$$

Για τον αγωγό (3) το μέτρο της δύναμης Laplace που του ασκείται είναι:

$$F_L = BIl \cdot \eta\mu 30^\circ \Rightarrow F_L = \left(2 \cdot 5 \cdot 0,5 \cdot \frac{1}{2} \right) \text{ N} \Rightarrow$$

$$F_L = 2,5 \text{ N}$$

10. Ο αγωγός ΚΛ ισορροπεί, επομένως έχουμε:

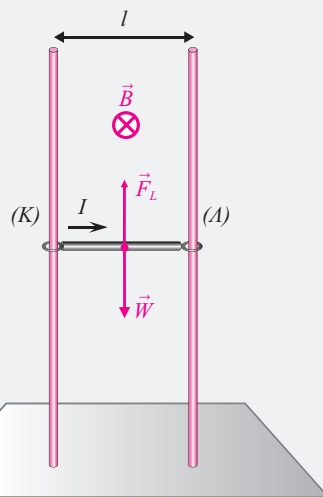
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow 2F_{ελ} = w + F_L \Rightarrow$$

$$2k \cdot \Delta l = mg + BIl \Rightarrow$$

$$k = \frac{mg + BIl}{2 \cdot \Delta l} \Rightarrow k = \left(\frac{4 \cdot 10 + 4 \cdot 10 \cdot 0,5}{2 \cdot 0,1} \right) \text{ N} \Rightarrow$$

$$k = 300 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

11. α)



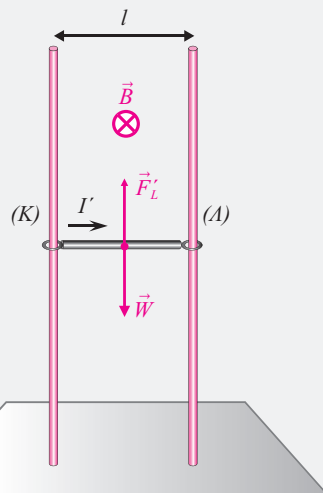
Για να ανεβαίνει ο αγωγός με σταθερή επιτάχυνση προς τα πάνω θα πρέπει η φορά της δύναμης Laplace να είναι προς τα πάνω. Επομένως και η φορά του ηλεκτρικού ρεύματος να είναι από το άκρο Κ προς το άκρο Λ του αγωγού.

Από την εφαρμογή του δευτέρου νόμου του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma F = m\alpha \Rightarrow F_L - w = m\alpha \Rightarrow BIl - w = m\alpha \Rightarrow$$

$$I = \frac{m\alpha + mg}{Bl} \Rightarrow I = \left(\frac{1+2}{0,5} \right) \text{ A} \Rightarrow I = 6 \text{ A}$$

β)



Για να κατεβαίνει ο αγωγός με σταθερή επιτάχυνση προς τα κάτω θα πρέπει η φορά της δύναμης Laplace να είναι προς τα πάνω, άρα και η φορά του ηλεκτρικού ρεύματος όπως και στο α) ερώτημα να είναι από το άκρο Κ προς το άκρο Λ του αγωγού.

Από την εφαρμογή του δευτέρου νόμου του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma F = m\alpha' \Rightarrow w - F'_L = m\alpha' \Rightarrow$$

$$mg - BI'l = m\alpha' \Rightarrow$$

$$I' = \frac{mg - m\alpha'}{Bl} \Rightarrow I' = \left(\frac{2 - 0,5}{0,5} \right) A \Rightarrow I = 3A$$

Φύλλο Εργασίας 19

1. γ

2. α

3. γ

4. α

5. α

6. α) Σ, β) Σ, γ) Σ, δ) Σ, ε) Λ

7. Σωστή απάντηση είναι η α)

Υπολογίζουμε το εμβαδόν του κυκλικού πλαισίου. Ισχύει:

$$A = \pi r^2 \Rightarrow A = \left[\pi \left(\frac{0,2}{\sqrt{\pi}} \right)^2 \right] m^2 \Rightarrow A = 0,04 m^2$$

Η αρχική μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο είναι:

$$\Phi_{\alpha\rho\chi} = BA \cdot \sin 0^\circ \Rightarrow \Phi = (2 \cdot 4 \cdot 10^{-2}) Wb \Rightarrow$$

$$\Phi_{\alpha\rho\chi} = 8 \cdot 10^{-2} Wb$$

Για την τελική μαγνητική ροή έχουμε:

$$\Phi_{\tau\epsilon\lambda} = BA \cdot \sin 90^\circ \Rightarrow \Phi_{\tau\epsilon\lambda} = 0$$

Η μεταβολή της μαγνητικής ροής υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\Delta\Phi = \Phi_{\tau\epsilon\lambda} - \Phi_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow$$

$$\Delta\Phi = -8 \cdot 10^{-2} Wb$$

8. Σωστή απάντηση είναι η α)

$$E_{\epsilon\pi} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow E_{\epsilon\pi} = -N \frac{\Phi_{\tau\epsilon\lambda} - \Phi_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$E_{\epsilon\pi} = - \left(100 \cdot \frac{10 \cdot 10^{-3} - 0}{2} \right) V \Rightarrow$$

$$|E_{\epsilon\pi}| = 0,5V$$

9. Σωστή απάντηση είναι η γ)

Υπολογίζουμε την ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο. Έχουμε:

$$E_{\epsilon\pi} = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| \Rightarrow E_{\epsilon\pi} = A \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| \Rightarrow$$

$$E_{\epsilon\pi} = (200 \cdot 10^{-4} \cdot 0,4) V \Rightarrow E_{\epsilon\pi} = 0,008V$$

Εφαρμόζουμε τον νόμο του Ohm και βρίσκουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο. Προκύπτει:

$$I_{\epsilon\pi} = \frac{E_{\epsilon\pi}}{R + R_{\kappa}} \Rightarrow I_{\epsilon\pi} = \left(\frac{0,008}{20} \right) A \Rightarrow$$

$$I_{\epsilon\pi} = 4 \cdot 10^{-4} A$$

10. α) Για τη χρονική διάρκεια 0–2s, με τη βοήθεια του διαγράμματος, υπολογίζουμε την ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο. Έχουμε:

$$E_{\epsilon\pi,1} = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow E_{\epsilon\pi,1} = -A \frac{\Delta B}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$E_{\epsilon\pi,1} = - \left(\frac{20 \cdot 10^{-4} \cdot 4}{2 - 0} \right) V \Rightarrow$$

$$E_{\epsilon\pi,1} = -4 \cdot 10^{-3} V$$

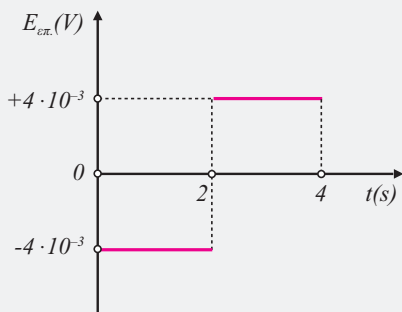
Για τη χρονική διάρκεια 2s–4s, με τη βοήθεια του διαγράμματος, υπολογίζουμε την ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο. Έχουμε:

$$E_{\varepsilon\pi,2} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi,2} = -NA \frac{\Delta B}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$E_{\varepsilon\pi,2} = - \left[\frac{(0-4)20 \cdot 10^{-4}}{4-2} \right] V \Rightarrow$$

$$E_{\varepsilon\pi,2} = +4 \cdot 10^{-3} V$$

Το ζητούμενο διάγραμμα θα είναι:



β) Εφαρμόζουμε τον νόμο του Ohm και βρίσκουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο, για κάθε επιμέρους χρονική διάρκεια.

0–2s:

$$I_{\varepsilon\pi,1} = \frac{E_{\varepsilon\pi,1}}{R} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi,1} = \left(-\frac{4 \cdot 10^{-3}}{4} \right) A \Rightarrow$$

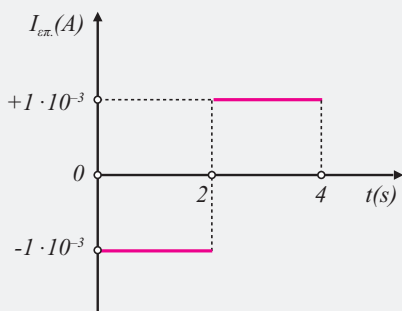
$$I_{\varepsilon\pi,1} = -10^{-3} A$$

2s–4s:

$$I_{\varepsilon\pi,2} = \frac{E_{\varepsilon\pi,2}}{R} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi,2} = \left(\frac{4 \cdot 10^{-3}}{4} \right) A \Rightarrow$$

$$I_{\varepsilon\pi,2} = 10^{-3} A$$

Το ζητούμενο διάγραμμα θα είναι:



11. α) Έχουμε:

0–2 s:

$$E_{\varepsilon\pi,1} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$E_{\varepsilon\pi,1} = - \left(100 \cdot \frac{20 \cdot 10^{-3}}{2-0} \right) V \Rightarrow$$

$$E_{\varepsilon\pi,1} = -1V$$

2s–8s:

$$E_{\varepsilon\pi,2} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi,2} =$$

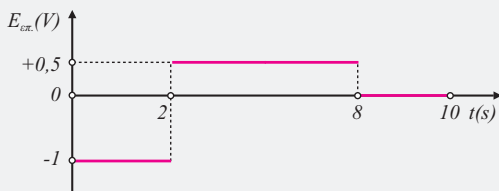
$$= - \left[100 \cdot \frac{(-10 \cdot 10^{-3} - 20 \cdot 10^{-3})}{8-2} \right] V \Rightarrow$$

$$E_{\varepsilon\pi,2} = 0,5V$$

8s–10s:

$$E_{\varepsilon\pi,3} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi,3} = 0$$

Το ζητούμενο διάγραμμα θα είναι:



β) Εφαρμόζουμε τον νόμο του Ohm και βρίσκουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο. Προκύπτει:

0–2s:

$$I_{\varepsilon\pi,1} = \frac{E_{\varepsilon\pi,1}}{R} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi,1} = \left(-\frac{1}{5} \right) A \Rightarrow$$

$$I_{\varepsilon\pi,1} = -0,2A$$

Ακολουθούμε όμοια διαδικασία και για τις χρονικές διάρκειες 2s–8s και 8s–10s. Ισχύουν:

2s–8s:

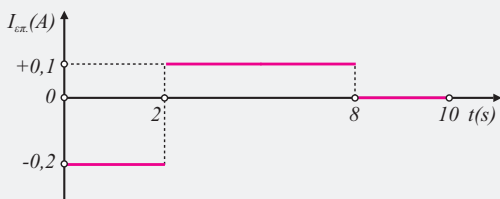
$$I_{\varepsilon\pi,2} = \frac{E_{\varepsilon\pi,2}}{R} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi,2} = \left(\frac{0,5}{5} \right) \Rightarrow$$

$$I_{\varepsilon\pi,2} = 0,1A$$

8s–10s:

$$I_{\varepsilon\pi,3} = \frac{E_{\varepsilon\pi,3}}{R} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi,3} = 0$$

Σχεδιάζουμε το διάγραμμα της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο, σε συνάρτηση με τον χρόνο.



γ) Η θερμότητα που εκλύεται από το πλαίσιο υπολογίζεται με τη βοήθεια του νόμου του Joule. Ισχύει:

$$Q_{\text{ολ}} = I_{\varepsilon\pi,1}^2 R \cdot \Delta t + I_{\varepsilon\pi,2}^2 R \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$Q_{\text{ολ}} = (0,04 \cdot 5 \cdot 2 + 0,01 \cdot 5 \cdot 6) \text{ J} \Rightarrow$$

$$Q_{\text{ολ}} = 0,7$$

δ) Ισχύουν:

$$|q_{\varepsilon\pi,1}| = |I_{\varepsilon\pi,1} \cdot \Delta t_1| \Rightarrow$$

$$|q_{\varepsilon\pi,1}| = |0,2 \cdot 2| \text{ C} \Rightarrow |q_{\varepsilon\pi,1}| = 0,4 \text{ C}$$

$$|q_{\varepsilon\pi,2}| = |I_{\varepsilon\pi,2} \cdot \Delta t_2| \Rightarrow$$

$$|q_{\varepsilon\pi,2}| = |0,1 \cdot 6| \text{ C} \Rightarrow |q_{\varepsilon\pi,2}| = 0,6 \text{ C}$$

$$|q_{\varepsilon\pi,3}| = |I_{\varepsilon\pi,3} \cdot \Delta t_3| \Rightarrow |q_{\varepsilon\pi,3}| = 0$$

Τελικά, έχουμε:

$$|q_{\varepsilon\pi,\text{ολ}}| = |q_{\varepsilon\pi,1}| + |q_{\varepsilon\pi,2}| + |q_{\varepsilon\pi,3}| \Rightarrow$$

$$|q_{\varepsilon\pi,\text{ολ}}| = 0,4 \text{ C} + 0,6 \text{ C} + 0 \Rightarrow$$

$$|q_{\varepsilon\pi,\text{ολ}}| = 1 \text{ C}$$

12. α) Για την χρονική εξίσωση της έντασης του μαγνητικού πεδίου έχουμε:

$$B = \frac{dB}{dt} t \Rightarrow B = 0,1 \text{ t (S.I.)}$$

Για τη χρονική εξίσωση της μαγνητικής ροής προκύπτει:

$$\Phi = BA \Rightarrow \Phi = 5 \cdot 10^{-3} \text{ t (S.I.)}$$

β) Το μέτρο της ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο υπολογίζεται από τον τύπο:

$$E_{\varepsilon\pi} = N \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = (10 \cdot 5 \cdot 10^{-3}) \text{ V} \Rightarrow$$

$$E_{\varepsilon\pi} = 0,05 \text{ V}$$

γ) Από την εφαρμογή του νόμου του Ohm, προκύπτει:

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = \left(\frac{0,05}{5} \right) \text{ A} \Rightarrow$$

$$I_{\varepsilon\pi} = 0,01 \text{ A}$$

δ) Για την ισχύ ισχύει:

$$P = I_{\varepsilon\pi}^2 R \Rightarrow P = (0,01^2 \cdot 5) \text{ W} \Rightarrow$$

$$P = 5 \cdot 10^{-4} \text{ W}$$

ε) Με τη βοήθεια του νόμου του Joule έχουμε:

$$Q = I_{\varepsilon\pi}^2 R \cdot \Delta t \Rightarrow Q = (0,01^2 \cdot 5 \cdot 30) \text{ J} \Rightarrow$$

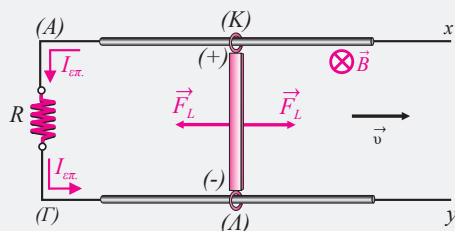
$$Q = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

Φύλλο Εργασίας 20

1. δ

2. β

3. Σωστή απάντηση είναι η α)



Η ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στο κύκλωμα έχει μέτρο:

$$E_{\varepsilon\pi} = Bv_l \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = (1 \cdot 4 \cdot 0,5) \text{ V} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = 2 \text{ V}$$

Η ΗΕΔ από επαγωγή δημιουργείται λόγω της κίνησης του αγωγού στο μαγνητικό πεδίο. Η δύναμη Lorentz ωθεί τα ηλεκτρόνια του αγωγού προς το άκρο Λ, επομένως εκεί δημιουργείται ο αρνητικός πόλος ενώ στο Κ ο θετικός.

Από την εφαρμογή του νόμου του Ohm για κλειστό κύκλωμα, έχουμε:

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R + R_{K\Lambda}} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = \left(\frac{2}{1+1} \right) \text{ A} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = 1 \text{ A}$$

Το μέτρο της δύναμης Laplace υπολογίζεται από τον τύπο:

$$F_L = BI_{\varepsilon\pi}l \Rightarrow F_L = (1 \cdot 1 \cdot 0,5) \text{ N} \Rightarrow F_L = 0,5 \text{ N}$$

Η κατεύθυνση της δύναμης Laplace καθορίζεται με τη βοήθεια των 3 δαχτύλων του δεξιού χεριού, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα.

Για να κινείται ο αγωγός με σταθερή ταχύτητα θα πρέπει να ισχύει:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F = F_L \Rightarrow F = 0,5 \text{ N}$$

Επομένως, στο μέσο του αγωγού ΚΛ θα πρέπει να ασκείται οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου ίσου με 0,5N και με φορά ίδια με αυτήν της ταχύτητας.

4. Σωστή απάντηση είναι η α)

Υπολογίζουμε τη γωνιακή συχνότητα του αγωγού ΑΓ. Ισχύει:

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = \left(2\pi \cdot \frac{20}{\pi} \right) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = 40 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Η ΗΕΔ από επαγωγή που εμφανίζεται στον αγωγό ΑΓ είναι:

$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{1}{2} B \omega \cdot L^2 \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \left(\frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 40 \cdot 0,1^2 \right) \Rightarrow$$

$$E_{\varepsilon\pi} = 0,1 \text{ V}$$

5. Σωστή απάντηση είναι η α)

Ο λαμπτήρας λειτουργεί κανονικά επομένως ισχύει:

$$I_{\varepsilon\pi} = I_K \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = \frac{P_K}{V_K} \Rightarrow$$

$$I_{\varepsilon\pi} = \left(\frac{80}{80} \right) \text{ A} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = 1 \text{ A}$$

Υπολογίζουμε την αντίσταση του λαμπτήρα:

$$R_{\Lambda} = \frac{V_K}{I_K} \Rightarrow R_{\Lambda} = \left(\frac{80}{1} \right) \Omega \Rightarrow R_{\Lambda} = 80 \Omega$$

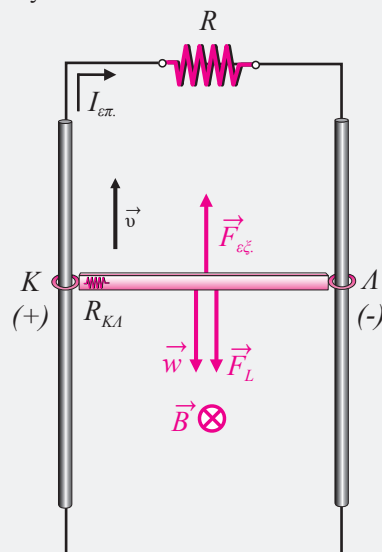
Με τη βοήθεια του νόμου του Ωμ προκύπτει:

$$I_K = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{K\Lambda} + R} \Rightarrow I_K = \frac{BvL}{R_{K\Lambda} + R} \Rightarrow$$

$$v = \frac{I_K (R_{K\Lambda} + R)}{BL} \Rightarrow v = \left[\frac{1(20+80)}{4} \right] \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$v = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

6. α) Η ΗΕΔ από επαγωγή δημιουργείται λόγω της κίνησης του αγωγού στο μαγνητικό πεδίο. Η δύναμη Lorentz ωθεί τα ηλεκτρόνια του αγωγού προς το άκρο Λ, επομένως εκεί δημιουργείται ο αρνητικός πόλος ενώ στο Κ ο θετικός.



Σχεδιάζουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα και με τη βοήθεια των 3 δαχτύλων του δεξιού χεριού καθορίζουμε και την κατεύθυνση της δύναμης Laplace.

Εφαρμόζουμε τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα. Ισχύει:

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R + R_{\kappa\lambda}} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = \frac{Bv_1l}{R + R_{\kappa\lambda}} \Rightarrow$$

$$I_{\varepsilon\pi} = \left(\frac{5 \cdot 8 \cdot 0,4}{2 + 2} \right) A \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = 4A$$

Για το μέτρο της δύναμης Laplace έχουμε:

$$F_L = BI_{\varepsilon\pi}l \Rightarrow F_L = (5 \cdot 4 \cdot 0,4) N \Rightarrow$$

$$F_L = 8N$$

β) Υπολογίζουμε το μέτρο της ταχύτητας του αγωγού τη χρονική στιγμή t_1 . Ισχύει:

$$F_L = \frac{mg}{2} \Rightarrow \frac{B^2 v_1 l^2}{R + R_{\kappa\lambda}} = \frac{mg}{2} \Rightarrow$$

$$v_1 = \frac{(R + R_{\kappa\lambda})mg}{2B^2 l^2} \Rightarrow$$

$$\left[\frac{0,2 \cdot 10}{2 \cdot 25 \cdot 0,16} \right] \frac{m}{s} \Rightarrow v_1 = 1 \frac{m}{s}$$

Υπολογίζουμε τη χρονική στιγμή t_1 την ένταση του επαγωγικού ρεύματος. Έχουμε:

$$I_{\varepsilon\pi,1} = \frac{E_{\varepsilon\pi,1}}{R + R_{\kappa\lambda}} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi,1} = \frac{Bv_1l}{R + R_{\kappa\lambda}} \Rightarrow$$

$$I_{\varepsilon\pi,1} = \left(\frac{5 \cdot 1 \cdot 0,4}{2 + 2} \right) A \Rightarrow I_{\varepsilon\pi,1} = 0,5A$$

Η τάση στα άκρα του αγωγού τη χρονική στιγμή t_1 θα είναι:

$$V_{\kappa\lambda} = I_{\varepsilon\pi,1} R_1 \Rightarrow V_{\kappa\lambda} = (0,5 \cdot 2) V \Rightarrow$$

$$V_{\kappa\lambda} = 1V$$

7. α) Γράφουμε τη χρονική εξίσωση της ταχύτητας. Ισχύει:

$$v = at \Rightarrow v = t(SI)$$

Η χρονική εξίσωση της τάσης από επαγωγή που εμφανίζεται στον αγωγό είναι η:

$$E_{\varepsilon\pi} = Bv_1l \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = 4t(SI)$$

Εφαρμόζουμε τον νόμο του Ohm. Προκύπτει:

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R + R_{\kappa\lambda}} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = 2t(SI)$$

Για τη χρονική εξίσωση της δύναμης Laplace έχουμε:

$$F_L = BI_{\varepsilon\pi}l \Rightarrow F_L = 8t(SI)$$

β) Εφαρμόζοντας τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα υπολογίζουμε τη χρονική εξίσωση της εξωτερικής δύναμης $\vec{F}$. Έχουμε:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow F - F_L = ma \Rightarrow F = 4 + 8t(SI)$$

Την $t_1 = 2s$ η δύναμη $\vec{F}$ είναι:

$$F_1 = 4 + 8t_1 \Rightarrow F_1 = 20N$$

Για την ταχύτητα, τη χρονική στιγμή t_1 , έχουμε:

$$v_1 = t_1 \Rightarrow v_1 = 2 \frac{m}{s}$$

Η ισχύς της δύναμης $\vec{F}$, τη χρονική στιγμή t_1 θα είναι:

$$P_{F_1} = F_1 \cdot v_1 \Rightarrow P_{F_1} = (20 \cdot 2) W \Rightarrow$$

$$P_{F_1} = 40W$$

8. α) Εφαρμόζουμε τον νόμο του Ohm τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$:

$$I_{\varepsilon\pi,0} = \frac{E_{\varepsilon\pi,0}}{R_{\lambda} + R_{\kappa\lambda}} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi,0} = \frac{Bv_0l}{R + R_{\kappa\lambda}} \Rightarrow$$

$$I_{\varepsilon\pi,0} = \left(\frac{1 \cdot 4 \cdot 0,5}{0,6 + 0,4} \right) A \Rightarrow I_{\varepsilon\pi,0} = 2A$$

Η δύναμη Laplace τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ είναι:

$$F_{L,0} = BI_{\varepsilon\pi,0}l \Rightarrow F_{L,0} = (1 \cdot 2 \cdot 0,5) N \Rightarrow F_{L,0} = 1N$$

Από την εφαρμογή του δευτέρου νόμου του Νεύτωνα προκύπτει:

$$\Sigma F = m\alpha_0 \Rightarrow \alpha_0 = \frac{\Sigma F}{m} \Rightarrow$$

$$\alpha_0 = \frac{mg - F_{L,0}}{m} \Rightarrow \alpha_0 = \left(\frac{2-1}{0,2} \right) \frac{m}{s^2} \Rightarrow$$

$$\alpha_0 = 5 \frac{m}{s^2}$$

β) Για την οριακή ταχύτητα που τελικά αποκτάει ο αγωγός, έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow mg = \frac{B^2 v_{op} l^2}{R_\Lambda + R_{K\Lambda}} \Rightarrow$$

$$v_{op} = \frac{(R + R_{K\Lambda}) mg}{B^2 l^2} \Rightarrow$$

$$v_{op} = \left[\frac{(0,4 + 0,6) \cdot 2}{1 \cdot 0,25} \right] \frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$v_{op} = 8 \frac{m}{s}$$

γ) Για το ρεύμα κανονικής λειτουργίας έχουμε:

$$I_K = \frac{E_{\epsilon\pi}}{R_\Lambda + R_{K\Lambda}} \Rightarrow I_K = \frac{B v_{op} l}{R_\Lambda + R_{K\Lambda}} \Rightarrow$$

$$I_K = \left(\frac{1 \cdot 8 \cdot 0,5}{0,6 + 0,4} \right) A \Rightarrow I_K = 4A$$

Για την τάση κανονικής λειτουργίας ισχύει:

$$V_K = I_K R_\Lambda \Rightarrow V_K = (4 \cdot 0,4) V \Rightarrow$$

$$V_K = 1,6V$$

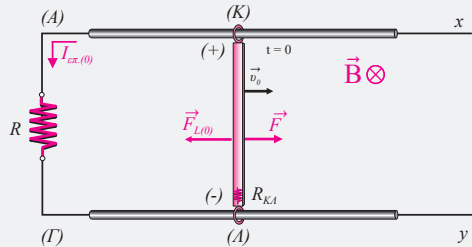
Για την ισχύ κανονικής λειτουργίας προκύπτει:

$$P_K = V_K I_K \Rightarrow P_K = (1,6 \cdot 4) W \Rightarrow$$

$$P_K = 6,4W$$

9. α) Η ΗΕΔ από επαγωγή δημιουργείται λόγω της κίνησης του αγωγού στο μαγνητικό πεδίο. Η δύναμη Lorentz ωθεί τα ηλεκτρόνια του αγωγού προς το άκρο Λ, επομένως εκεί δημιουργείται ο αρνητικός πόλος ενώ στο Κ ο θετικός.

Σχεδιάζουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα και με τη βοήθεια των 3 δαχτύλων του δεξιού χεριού καθορίζουμε και την κατεύθυνση της δύναμης Laplace.



Εφαρμόζουμε τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$. Ισχύει:

$$I_{\epsilon\pi,0} = \frac{E_{\epsilon\pi,0}}{R + R_{K\Lambda}} \Rightarrow I_{\epsilon\pi,0} = \frac{B v_0 l}{R + R_{K\Lambda}} \Rightarrow$$

$$I_{\epsilon\pi,0} = \left(\frac{4 \cdot 8 \cdot 1}{4 + 4} \right) A \Rightarrow I_{\epsilon\pi,0} = 4A$$

Για το μέτρο της δύναμης Laplace προκύπτει:

$$F_{L,0} = B I_{\epsilon\pi,0} l \Rightarrow F_{L,0} = (4 \cdot 4 \cdot 1) N \Rightarrow F_{L,0} = 16N$$

Ισχύει:

$$F_{L,0} > F$$

Επομένως η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη.

Εφαρμόζουμε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα. Ισχύει:

$$\Sigma F = m\alpha \Rightarrow F_L - F = m\alpha \Rightarrow$$

$$\alpha = \frac{\frac{B^2 v l^2}{R + R_{K\Lambda}} - F}{m} \quad (1)$$

Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη με επιβράδυνση που το μέτρο της συνεχώς μειώνεται. Κάποια στιγμή ο αγωγός θα αποκτήσει την οριακή του ταχύτητα και από εκεί και μετά θα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

β) Θέτουμε στη σχέση (1) όπου $a = 0$ προκειμένου να υπολογίσουμε το μέτρο της οριακής ταχύτητας που αποκτάει ο αγωγός. Προκύπτει:

$$\frac{B^2 v_{op} I^2}{R + R_{KL}} = F \Rightarrow v_{op} = \frac{(R + R_{KL}) F}{B^2 I^2} \Rightarrow$$

$$v_{op} = \left[\frac{(4 + 4) \cdot 4}{16 \cdot 1} \right] \frac{m}{s} \Rightarrow v_{op} = 2 \frac{m}{s}$$

Φύλλο Εργασίας 21

1. α

2. β

3. γ

4. δ

5. δ

6. α) Σ, β) Λ, γ) Σ, δ) Σ, ε) Λ

7. Σωστή απάντηση είναι η β)

Το πλάτος της έντασης του ρεύματος είναι:

$$I_{ev} = \frac{I}{\sqrt{2}} \Rightarrow I = I_{ev} \sqrt{2} \Rightarrow$$

$$I = (\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}) A \Rightarrow I = 2 A$$

Η εξίσωση της στιγμιαίας ισχύος είναι:

$$p = v i \Rightarrow p = V \cdot \eta \mu \omega t \cdot I \cdot \eta \mu \omega t \Rightarrow$$

$$p = I^2 R \cdot \eta \mu^2 \omega t \Rightarrow$$

$$p = 40 \cdot \eta \mu^2 100 \pi t (S.I)$$

8. Σωστή απάντηση είναι η α)

Για την περίοδο της εναλλασσόμενης τάσης ισχύει:

$$\Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 2 \cdot \Delta t \Rightarrow T = 10 \text{ ms.}$$

Για τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε:

$$t_1 = \frac{T}{4} \Rightarrow t_1 = 2,5 \text{ ms}$$

9. Σωστή απάντηση είναι η α)

Από το διάγραμμα $v-t$ προκύπτει το πλάτος της τάσης $V = 50 \text{ V}$.

Από το διάγραμμα $i-t$ προκύπτει το πλάτος της έντασης $I = 5 \text{ A}$.

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ohm έχουμε:

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow R = \frac{V}{I} \Rightarrow R = \left(\frac{50}{5} \right) \Omega \Rightarrow R = 10 \Omega$$

10. α) Συγκρίνουμε την εξίσωση της εναλλασσόμενης τάσης:

$$v = 20 \cdot \eta \mu 4 \pi t (S.I)$$

με τη γενική μορφή:

$$v = V \eta \mu \omega t (S.I)$$

Προκύπτει ότι το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης είναι:

$$V = 20 \text{ V}$$

Από την εφαρμογή του νόμου του Ohm, υπολογίζουμε το πλάτος της έντασης του ρεύματος:

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I = \left(\frac{20}{5} \right) A \Rightarrow I = 4 A$$

β) Η ενεργός τιμή της έντασης του ρεύματος υπολογίζεται από τον τύπο:

$$I_{ev} = \frac{I}{\sqrt{2}} \Rightarrow I_{ev} = \left(\frac{4}{\sqrt{2}} \right) A \Rightarrow$$

$$I_{ev} = 2\sqrt{2} A$$

γ) Η θερμότητα που εκλύεται από τον αντιστάτη υπολογίζεται από τον τύπο:

$$Q = I_{ev}^2 R \cdot \Delta t \Rightarrow Q = (8 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 60) J \Rightarrow$$

$$Q = 24000 J$$

δ) Η εναλλασσόμενη τάση τη χρονική στιγμή

$$t_1 = \frac{1}{24} s \text{ είναι:}$$

$$v_1 = 20 \cdot \eta \mu 4 \pi t_1 \Rightarrow$$

$$v_1 = \left(20 \cdot \eta \mu \frac{4 \pi}{24} \right) V \Rightarrow v_1 = 10 \text{ V}$$

Εφαρμόζουμε τον νόμο του Ohm για να υπολογίσουμε την ένταση του ρεύματος τη χρονική στιγμή t_1 . Προκύπτει:

$$i_1 = \frac{v_1}{R} \Rightarrow i_1 = \left(\frac{10}{5}\right) A \Rightarrow i_1 = 2 A$$

Η ισχύς που καταναλώνει ο αντιστάτης τη χρονική στιγμή t_1 είναι:

$$p_1 = v_1 i_1 \Rightarrow p_1 = (10 \cdot 2) W \Rightarrow p_1 = 20 W$$

11. α) Για την περίοδο προκύπτει:

$$v = V \eta \mu \omega t \Rightarrow 10 = 20 \eta \mu \left(\frac{2\pi}{T} \cdot 10^{-2} \right) \Rightarrow$$

$$T = 0,12 \text{ s}$$

β) Για τη γωνιακή συχνότητα ισχύει:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \left(\frac{2\pi}{0,12} \right) \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = \frac{50\pi}{3} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Για τη χρονική εξίσωση της εναλλασσόμενης τάσης προκύπτει:

$$v = V \eta \mu \omega t \Rightarrow v = 20 \eta \mu \frac{50\pi}{3} t (\text{S.I.})$$

γ) Η τιμή της τάσης τη χρονική στιγμή t_1 είναι:

$$v_1 = 20 \eta \mu \frac{50\pi}{3} t_1 \Rightarrow$$

$$v_1 = 20 \eta \mu \left(\frac{50\pi}{3} \cdot 0,12 \right) V \Rightarrow$$

$$v_1 = 0$$

12. α) Η τιμή της έντασης του ρεύματος τη χρονική στιγμή t_1 θα είναι:

$$i_1 = \frac{v_1}{R} \Rightarrow i_1 = \left(\frac{40}{4} \right) A \Rightarrow i_1 = 10 A$$

β) Ισχύει:

$$\Delta \phi = \omega \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta \phi}{\omega} \Rightarrow$$

$$\Delta t = \frac{5\phi_1 - \phi_1}{\omega} \Rightarrow \Delta t = \left(\frac{\frac{4\pi}{6}}{200\pi} \right) s \Rightarrow$$

$$\Delta t = \frac{1}{300} s$$

γ) Υπολογίζουμε το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης. Προκύπτει:

$$v_1 = V \cdot \eta \mu \phi_1 \Rightarrow V = \frac{v_1}{\eta \mu \phi_1} \Rightarrow$$

$$V = \left(\frac{40}{\eta \mu \frac{\pi}{6}} \right) \Rightarrow V = 80 V$$

Η μέγιστη θερμική ισχύς που καταναλώνει ο αντιστάτης είναι:

$$P_{\max} = \frac{V^2}{R} \Rightarrow P_{\max} = \left(\frac{80^2}{4} \right) W \Rightarrow$$

$$P_{\max} = 1600 W$$

Φύλλο Εργασίας 22

1. γ

2. δ

3. β

4. α

5. δ

6. α) Σ, **β)** Σ, **γ)** Λ, **δ)** Σ, **ε)** Σ

7. Σωστή απάντηση είναι η **α)**

Για τον συντελεστή αυτεπαγωγής ισχύει:

$$E_{\text{αυτ}} = E_{\text{επ}} \Rightarrow -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$L = \frac{N \cdot \Delta \Phi}{\Delta I} \Rightarrow$$

$$L = \left(\frac{100 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0^1} \right) H \Rightarrow L = 0,01 H$$

8. Σωστή απάντηση είναι η **α)**

Για τον συντελεστή αυτεπαγωγής προκύπτει:

$$|E_{\text{αυτ}}| = L \left| \frac{\Delta I}{\Delta t} \right| \Rightarrow L = \frac{|E_{\text{αυτ}}|}{\left| \frac{\Delta I}{\Delta t} \right|} \Rightarrow L = \left(\frac{10}{\frac{5}{10^{-3}}} \right) \text{H} \Rightarrow$$

$$L = 2 \cdot 10^{-3} \text{H}$$

9. α) Από τον 2^ο κανόνα του Kirchhoff έχουμε:

$$|E_{\text{αυτ}}| = E - IR(1)$$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος είναι μέγιστος. Από τη σχέση (1) ισχύει:

$$L \left(\frac{dI}{dt} \right)_{\text{max}} \Rightarrow E \Rightarrow \left(\frac{dI}{dt} \right)_{\text{max}} = \frac{E}{L} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{dI}{dt} \right)_{\text{max}} = \left(\frac{2}{2 \cdot 10^{-2}} \right) \frac{\text{A}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{dI}{dt} \right)_{\text{max}} = 100 \frac{\text{A}}{\text{s}}.$$

β) Όταν η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πηνίου μηδενιστεί η ένταση του ρεύματος σταθεροποιείται στη μέγιστη τιμή της. Η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος προκύπτει από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα. Ισχύει:

$$I_0 = \frac{E}{R} \Rightarrow I_0 = \left(\frac{2}{1} \right) \text{A} \Rightarrow I_0 = 2 \text{A}$$

Η μέγιστη τιμή της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου που έχει αποθηκευτεί στο πηνίο είναι:

$$U_{\text{max}} = \frac{1}{2} LI_0^2 \Rightarrow U_{\text{max}} = \left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 4 \right) \text{J} \Rightarrow$$

$$U_{\text{max}} = 0,04 \text{J}$$

10. α) Με το μεταγωγό στη θέση (1) το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης που υπολογίζεται από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα. Ισχύει:

$$I_0 = \frac{E}{R+r} \Rightarrow I_0 = \left(\frac{10}{4+1} \right) \text{A} \Rightarrow I_0 = 2 \text{A}$$

Η ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου θα είναι:

$$U_0 = \frac{1}{2} LI_0^2 \Rightarrow U_0 = \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \right) \text{J} \Rightarrow$$

$$U_0 = 2 \cdot 10^{-3} \text{J}$$

β) Υπολογίζουμε με τη βοήθεια του νόμου του Ohm την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, τη χρονική στιγμή t_1 . Έχουμε:

$$I_1 = \frac{V_1}{R} \Rightarrow I_1 = \left(\frac{4}{4} \right) \text{A} \Rightarrow I_1 = 1 \text{A}$$

Η ενέργεια που είναι αποθηκευμένη, εκείνη τη χρονική στιγμή στο πηνίο, είναι:

$$U_1 = \frac{1}{2} LI_1^2 \Rightarrow U_1 = \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \right) \text{J} \Rightarrow$$

$$U_1 = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{J}$$

Η θερμότητα που εκλύεται από τον αντιστάτη κατά τη χρονική διάρκεια $t_0 \rightarrow t_1$ θα είναι:

$$Q_R = U_0 - U_1 \Rightarrow$$

$$Q_R = 2 \cdot 10^{-3} \text{J} - 0,5 \cdot 10^{-3} \text{J} \Rightarrow$$

$$Q_R = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{J}$$

Φύλλο Εργασίας 23

1. δ

2. β

3. β

4. δ

5. α

6. α) Σ, **β)** Λ, **γ)** Σ, **δ)** Σ, **ε)** Σ, **στ)** Σ, **ζ)** Σ, **η)** Σ, **θ)** Λ, **ι)** Σ, **κ)** Σ, **λ)** Λ, **μ)** Σ, **ν)** Σ, **ξ)** Σ, **ο)** Σ, **π)** Σ

7. Σωστή απάντηση είναι η **γ)**

Για την ισχύ της ακτινοβολίας έχουμε:

$$P = \frac{E_{\text{ολ}}}{t} \Rightarrow P = \frac{Nhf}{t} \Rightarrow \frac{N}{t} = \frac{P}{hf} \Rightarrow \frac{N}{t} = \frac{P}{\frac{hc}{\lambda}} \Rightarrow \frac{N}{t} = \frac{P\lambda}{hc}$$

8. Σωστή απάντηση είναι η γ)

Στην επιφάνεια του σώματος ισχύει:

$$I' = \frac{P}{4\pi R^2} (1), I = \frac{P}{4\pi (3R)^2} (2).$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$I' = 9I$$

9. Σωστή απάντηση είναι η α)

Επειδή η απόλυτη θερμοκρασία αυξάνεται σύμφωνα με τον νόμο της μετατόπισης του Wien το μήκος κύματος στο οποίο εμφανίζεται το μέγιστο της κατανομής θα μειωθεί. Άρα ισχύει:

$$\lambda' = \lambda - 0,2\lambda \Rightarrow \lambda' = 0,8\lambda$$

Ισχύει:

$$\lambda T = \lambda' T' \Rightarrow \lambda T = 0,8\lambda \cdot T' \Rightarrow T' = 1,25T$$

Το ζητούμενο επί τοις εκατό ποσοστό είναι:

$$\Pi(\%) = \frac{T' - T}{T} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi(\%) = \frac{1,25T - T}{T} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi(\%) = 25\%$$

10. Σωστή απάντηση είναι α)

Έχουμε:

$$f = 1,4f_0 \Rightarrow f = 1,4 \frac{\phi}{h}$$

Για την κινητική ενέργεια με την οποία εξέρχονται τα φωτοηλεκτρόνια ισχύει:

$$K = hf - \phi \Rightarrow K = h \cdot 1,4 \frac{\phi}{h} - \phi \Rightarrow$$

$$K = 0,4\phi$$

11. Σωστή απάντηση είναι η β)

Ισχύει:

$$K_{\text{max},1} = eV_0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = eV_0$$

Επίσης, έχουμε:

$$K_{\text{max},2} = eV_0' \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 = e9V_0 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = 9 \cdot \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow v_2 = 3v_1 \Rightarrow$$

$$v_1 = \frac{v_2}{3}$$

12. Σωστή απάντηση είναι η α)

Αρχικά, τα ηλεκτρόνια εγκαταλείπουν τη μεταλλική επιφάνεια με κινητική ενέργεια:

$$K = E - \phi \Rightarrow K = E - \frac{E}{2} \Rightarrow K = \frac{E}{2} (1)$$

Τελικά, τα ηλεκτρόνια εγκαταλείπουν τη μεταλλική επιφάνεια με κινητική ενέργεια:

$$K' = E' - \phi \Rightarrow K' = 8,5E - \frac{E}{2} \Rightarrow K' = 8E (2)$$

Από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει:

$$K' = 16K \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{\text{max}}'^2 = 16 \cdot \frac{1}{2}mv_{\text{max}}^2 \Rightarrow v_{\text{max}}' = 4v_{\text{max}}$$

13. Από τον νόμο μετατόπισης του Wien προκύπτει:

$$\lambda_{1,\text{max}} T_1 = \lambda_{2,\text{max}} T_2 \Rightarrow \lambda_{2,\text{max}} = \frac{\lambda_{1,\text{max}} T_1}{T_2} \Rightarrow$$

$$\lambda_{2,\text{max}} = \left(\frac{540 \cdot 6325}{6210} \right) \text{nm} \Rightarrow$$

$$\lambda_{2,\text{max}} = 550 \text{ nm}$$

14. α) Για τη συχνότητα κατωφλίου ισχύει:

$$f_0 = \frac{\phi}{h} \Rightarrow f_0 = \left(\frac{2,0625 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,6 \cdot 10^{-34}} \right) \text{Hz} \Rightarrow$$

$$f_0 = 0,5 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

Για τη συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας έχουμε:

$$f_1 = 2f_0 \Rightarrow f_1 = 10^{15} \text{ Hz}$$

β) Προκύπτει:

$$K_1 = hf_1 - \phi \Rightarrow$$

$$K_1 = (6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 10^{15} - 2,0625 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}) \text{ J} \Rightarrow$$

$$K_1 = 3,3 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

γ) Από την εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε. προκύπτει:

$$K_2 - K_1 = e \cdot \Delta V \Rightarrow K_2 = K_1 + e \cdot \Delta V \Rightarrow$$

$$K_2 = (3,3 \cdot 10^{-19} + 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,0625) \text{ J} \Rightarrow$$

$$K_2 = 3,4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

15. α) Για την ενέργεια ενός φωτονίου ισχύει:

$$E = pc \Rightarrow E = \left(\frac{3,84 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19}} \right) \text{ eV} \Rightarrow$$

$$E = 7,2 \text{ eV}$$

β) Για την ορμή των εξερχόμενων φωτοηλεκτρονίων έχουμε:

$$K = \frac{p^2}{2m_e} \Rightarrow p = \sqrt{2Km_e} \Rightarrow$$

$$p = \left(\sqrt{2 \cdot 6,4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 9 \cdot 10^{-31}} \right) \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$p = 9,6\sqrt{2} \cdot 10^{-25} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

γ) Για το έργο εξαγωγής προκύπτει:

$$K = E - \phi \Rightarrow \phi = E - K \Rightarrow$$

$$\phi = 7,2 \text{ eV} - 6,4 \text{ eV} \Rightarrow$$

$$\phi = 0,8 \text{ eV}$$

16. α) Για το έργο εξαγωγής έχουμε:

$$K_1 = hf_1 - \phi \Rightarrow \phi = hf_1 - K_1 \Rightarrow$$

$$\phi = \left(\frac{20 \cdot 10^{-34} \cdot 48 \cdot 10^{13}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \right) \text{ eV} - 1 \text{ eV} \Rightarrow$$

$$\phi = 1 \text{ eV}$$

β) Για την κινητική ενέργεια με την οποία εκπέμπονται τα φωτοηλεκτρόνια ισχύει:

$$K_2 = hf_2 - \phi \Rightarrow K_2 = h \frac{c}{\lambda_2} - \phi \Rightarrow$$

$$K_2 = \left(\frac{20 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{500 \cdot 10^{-9} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \right) \text{ eV} - 1 \text{ eV} \Rightarrow$$

$$K_2 = 2,5 \text{ eV} - 1 \text{ eV} \Rightarrow$$

$$K_2 = 1,5 \text{ eV}$$

Φύλλο Εργασίας 24

1. δ)

2. γ)

3. β)

4. β)

5. γ)

6. α) Σ, **β)** Λ, **γ)** Σ, **δ)** Λ, **ε)** Σ, **στ)** Σ, **ζ)** Σ

7. Σωστή απάντηση είναι η α)

Ισχύει:

$$\Delta\lambda = \lambda_c (1 - \sin\theta) \Rightarrow$$

$$\lambda_{-} - \lambda = \lambda_c (1 - \sin\theta) \Rightarrow$$

$$\lambda' - \lambda_c = \lambda_c (1 - 0,8) \Rightarrow \lambda' = 1,2\lambda_c$$

Προκύπτει:

$$\frac{p'}{p} = \frac{\frac{h}{\lambda'}}{\frac{h}{\lambda}} \Rightarrow \frac{p'}{p} = \frac{\lambda}{\lambda'} \Rightarrow \frac{p'}{p} = \frac{\lambda_c}{1,2\lambda_c} \Rightarrow$$

$$\frac{p'}{p} = \frac{5}{6}$$

8. Σωστή απάντηση είναι η α)

Από την εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ενέργειας έχουμε:

$$E = K + E' \Rightarrow m_e c^2 = E' + 0,5m_e c^2 \Rightarrow$$

$$E' = 0,5m_e c^2 \Rightarrow E' = 0,5E$$

Προκύπτει:

$$\frac{E}{E'} = \frac{\frac{hc}{\lambda}}{\frac{hc}{\lambda'}} \Rightarrow \frac{E}{0,5E} = \frac{\lambda'}{\lambda} \Rightarrow \lambda' = 2\lambda$$

Το επί τοις εκατό ποσοστό της μεταβολής του μήκους κύματος του φωτονίου είναι:

$$\Pi(\%) = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi(\%) = \frac{\lambda}{\lambda} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi(\%) = 100\%$$

9. Σωστή απάντηση είναι η γ)

Ισχύει:

$$\frac{p'}{p} = \frac{\frac{h}{\lambda'}}{\frac{h}{\lambda}} \Rightarrow \frac{p'}{p} = \frac{\lambda}{\lambda'} \Rightarrow \frac{\frac{3}{4}p}{p} = \frac{\lambda}{\lambda'} \Rightarrow \lambda' = \frac{4\lambda}{3}$$

Για τη μεταβολή του μήκους κύματος μεταξύ του προσπίπτοντος και του σκεδαζόμενου φωτονίου ισχύει:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{4\lambda}{3} - \lambda \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\lambda}{3}$$

10. Σωστή απάντηση είναι η β)

Ισχύει:

$$\lambda' = \lambda + \frac{50}{100}\lambda \Rightarrow \lambda' = 1,5\lambda \Rightarrow \lambda' = 1,5\lambda_c$$

Για τη γωνία σκέδασης προκύπτει:

$$\begin{aligned} \lambda' - \lambda &= \lambda_c (1 - \cos\theta) \Rightarrow \\ 1,5\lambda_c - \lambda_c &= \lambda_c (1 - \cos\theta) \Rightarrow \\ \cos\theta &= 0,5 \Rightarrow \theta = 60^\circ \end{aligned}$$

11. α) Για το μήκος κύματος του σκεδαζόμενου φωτονίου ισχύει:

$$\lambda_1' - \lambda = \lambda_c \left(1 - \cos\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \lambda_1' = \lambda + \lambda_c \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \lambda_1' &= (2,5 \cdot 10^{-12} + 2,43 \cdot 10^{-12}) \text{ m} \Rightarrow \\ \lambda_1' &= 4,93 \cdot 10^{-12} \text{ m} \end{aligned}$$

β) Για το μήκος κύματος του σκεδαζόμενου φωτονίου ισχύει:

$$\begin{aligned} \lambda_2' - \lambda &= \lambda_c \left(1 - \cos\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \lambda_2' = \lambda + \frac{\lambda_c}{2} \Rightarrow \\ \lambda_2' &= \left(2,5 \cdot 10^{-12} + \frac{2,43}{2} \cdot 10^{-12}\right) \text{ m} \Rightarrow \\ \lambda_2' &= 3,715 \cdot 10^{-12} \text{ m} \end{aligned}$$

12. α) Για το μήκος κύματος του σκεδαζόμενου φωτονίου ισχύει:

$$\begin{aligned} \Delta\lambda &= \lambda_c (1 - \cos 60^\circ) \Rightarrow \lambda' - 2\lambda_c = \frac{\lambda_c}{2} \Rightarrow \\ \lambda' &= 2,5\lambda_c \Rightarrow \lambda' = 6 \cdot 10^{-12} \text{ m} \end{aligned}$$

Για τη συχνότητα του σκεδαζόμενου φωτονίου προκύπτει:

$$\begin{aligned} c &= \lambda' f' \Rightarrow f' = \frac{c}{\lambda'} \Rightarrow \\ f' &= \frac{c}{\lambda'} \Rightarrow f' = \left(\frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{-12}}\right) \text{ Hz} \Rightarrow \\ f' &= 0,5 \cdot 10^{20} \text{ Hz} \end{aligned}$$

β) Για τη μεταβολή του μέτρου της ορμής του φωτονίου κατά τη σκέδαση έχουμε:

$$\begin{aligned} \Delta p &= p' - p \Rightarrow \Delta p = \frac{h}{\lambda'} - \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \\ \Delta p &= \frac{h}{2,5\lambda_c} - \frac{h}{2\lambda_c} \Rightarrow \\ \Delta p &= -\frac{h}{10\lambda_c} \Rightarrow \Delta p = -\left(\frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{24 \cdot 10^{-12}}\right) \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \\ \Delta p &= -0,275 \cdot 10^{-22} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

13. Από την εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε. προκύπτει:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \Rightarrow v = \sqrt{2gh} \Rightarrow$$

$$v = (\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,2}) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Για το κατά de Broglie μήκος κύματος ισχύει:

$$\lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{mv} \Rightarrow \lambda = \left(\frac{\frac{20}{3} \cdot 10^{-34}}{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 2} \right) \text{m} \Rightarrow$$

$$\lambda = \frac{1}{501} \cdot 10^{-4} \text{m}$$

14. Η σχετική αβεβαιότητα στη μέτρηση της ταχύτητας του ηλεκτρονίου είναι 0,1%. Επομένως προκύπτει:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{0,1}{100} \Rightarrow \Delta v = v \cdot 0,001 \Rightarrow$$

$$\Delta v = (6 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 10^{-3}) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \Delta v = 6 \cdot 10^2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Σύμφωνα με την αρχή της αβεβαιότητας προκύπτει:

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \frac{h}{2\pi} \Rightarrow m_e \cdot \Delta v \cdot \Delta x \geq \frac{h}{2\pi} \Rightarrow$$

$$\Delta x \geq \frac{h}{2\pi \cdot m_e \cdot \Delta v} \Rightarrow$$

$$\Delta x \geq \left(\frac{10^{-34}}{9 \cdot 10^{-31} \cdot 6 \cdot 10^2} \right) \text{m} \Rightarrow$$

$$\Delta x_{\min} = \frac{1}{54} 10^{-5} \text{m}$$

Φύλλο Εργασίας 25

- | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1. β | 2. γ | 3. α | 4. α |
| 5. α | 6. β | 7. α | 8. γ |
| 9. α | 10. β | 11. β | 12. α |
| 13. α | 14. γ | 15. β | |

16. Σωστή απάντηση είναι η **β)**

Η θερμοκρασία παραμένει σταθερή, επομένως και η αντίσταση του αντιστάτη παραμένει σταθερή.

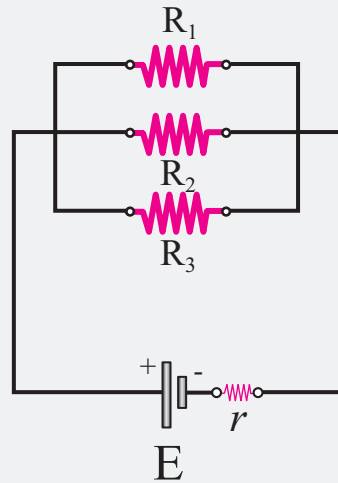
Εφαρμόζουμε τον νόμο του Ohm πριν την αλλαγή της τάσης. Ισχύει:

$$I = \frac{V}{R}$$

Εφαρμόζουμε τον νόμο του Ohm μετά την αλλαγή της τάσης. Ισχύει:

$$I' = \frac{V'}{R} \Rightarrow I' = \frac{V}{2R} \Rightarrow I' = \frac{V}{2R} \Rightarrow I' = \frac{I}{2}$$

17. Σωστή απάντηση είναι η **α)**

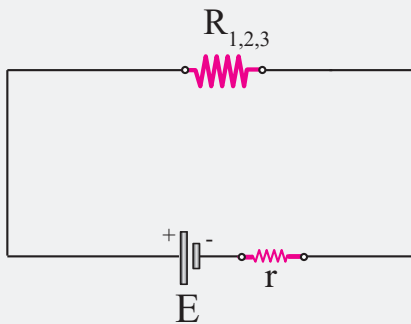


Θέλουμε να υπολογίσουμε την ολική αντίσταση του κυκλώματος. Ισχύει:

$$\frac{1}{R_{1,2,3}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{R_{1,2,3}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow$$

$$R_{1,2,3} = \frac{R}{3}$$



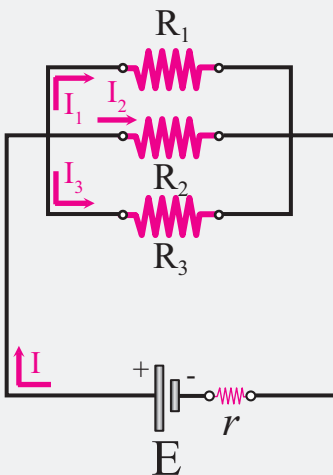
Προκύπτει:

$$R_{ολ} = R_{1,2,3} + r \Rightarrow$$

$$R_{ολ} = \frac{R}{3} + \frac{R}{6} \Rightarrow R_{ολ} = \frac{R}{2}$$

Εφαρμόζουμε τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα. Παίρνουμε:

$$I = \frac{E}{R_{ολ}} \Rightarrow I = \frac{E}{\frac{R}{2}} \Rightarrow I = \frac{2E}{R}$$



Για την πολική τάση ισχύει:

$$V_{\pi} = E - Ir \Rightarrow$$

$$V_{\pi} = E - \frac{2E}{R} \cdot \frac{R}{6} \Rightarrow V_{\pi} = \frac{2E}{3}$$

18. Σωστή απάντηση είναι η γ)

Εφαρμόζουμε τον νόμο του Ohm στον αντιστάτη πριν την μείωση της έντασης του ρεύματος:

$$I = \frac{V}{R} (1)$$

Η ένταση του ρεύματος μειώνεται κατά 25 %:

$$I' = I - \frac{25}{100} I \Rightarrow I' = \frac{3I}{4}$$

Εφαρμόζουμε τον νόμο του Ohm στον αντιστάτη μετά την μείωση της έντασης του ρεύματος:

$$I' = \frac{V'}{R} \Rightarrow \frac{3I}{4} = \frac{V'}{R} \Rightarrow$$

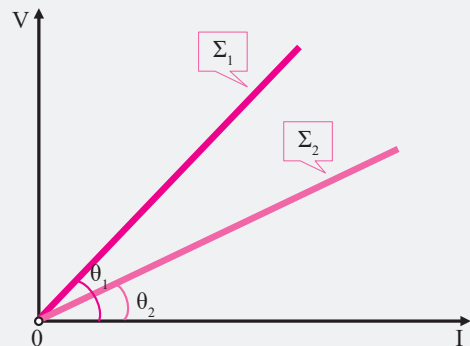
$$\frac{3}{4} \frac{V}{R} = \frac{V'}{R} \Rightarrow V' = 0,75V$$

19. Σωστή απάντηση είναι η α)

Για την αντίσταση ισχύει:

$$R = \frac{V}{I}$$

Η αντίσταση είναι η κλίση στο διάγραμμα $V - I$.



Από το σχήμα παρατηρούμε ότι $\phi_1 > \phi_2 \Rightarrow \epsilon\phi\phi_1 > \epsilon\phi\phi_2 \Rightarrow R_1 > R_2$.

20. Σωστή απάντηση είναι η β)

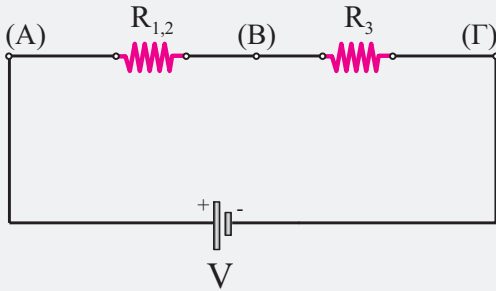
Η ΗΕΔ είναι η τομή της γραφικής παράστασης με τον άξονα y (τον άξονα της πολικής τάσης), άρα $E = 5 \text{ V}$.

Η τομή της γραφικής παράστασης με τον άξονα x (τον άξονα της έντασης του ρεύματος) είναι το ρεύμα βραχυκύκλωσης, οπότε $I_{\beta} = 0,5 \text{ A}$:

Για την εσωτερική αντίσταση ισχύει:

$$I_{\beta} = \frac{E}{r} \Rightarrow r = \frac{E}{I_{\beta}} \Rightarrow r = \left(\frac{5}{0,5} \right) \Omega \Rightarrow r = 10 \Omega$$

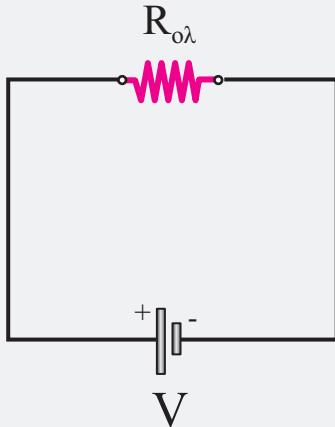
21. α)



Ισχύει:

$$R_{1,2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow$$

$$R_{1,2} = \left(\frac{3 \cdot 6}{3 + 6} \right) \Omega \Rightarrow R_{1,2} = 2 \Omega$$

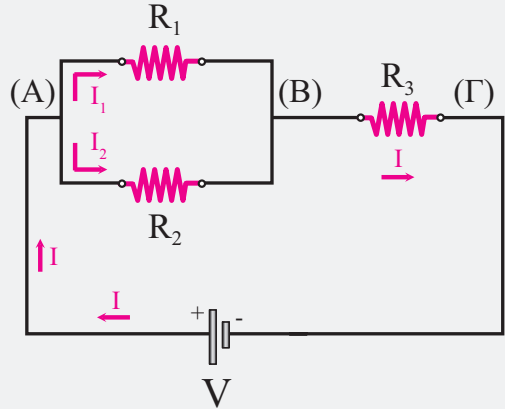


Για την ολική αντίσταση του κυκλώματος προκύπτει:

$$R_{ολ} = R_{1,2} + R_3 \Rightarrow R_{ολ} = 2 \Omega + 8 \Omega \Rightarrow$$

$$R_{ολ} = 10 \Omega$$

β)



Για την ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή έχουμε:

$$I = \frac{V}{R_{ολ}} \Rightarrow I = \left(\frac{120}{10} \right) \text{ A} \Rightarrow I = 12 \text{ A}$$

Ισχύει:

$$V_3 = IR_3 \Rightarrow V_3 = (12 \cdot 8) \text{ V} \Rightarrow V_3 = 96 \text{ V}$$

Η τάση στα άκρα A, B είναι:

$$V_{AB} = V - V_{B\Gamma} \Rightarrow$$

$$V_{AB} = 120 \text{ V} - 96 \text{ V} \Rightarrow V_{AB} = 24 \text{ V}$$

Τελικά προκύπτει:

$$V_1 = V_2 = V_{AB} \Rightarrow V_1 = V_2 = 24 \text{ V}$$

γ) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη R_1 είναι:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} \Rightarrow I_1 = \left(\frac{24}{3} \right) \text{ A} \Rightarrow I_1 = 8 \text{ A}$$

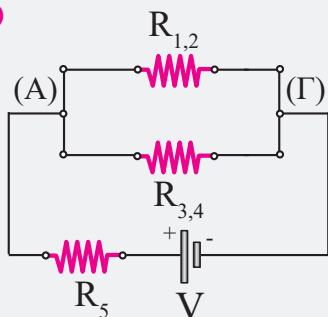
Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη R_2 είναι:

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} \Rightarrow I_2 = \left(\frac{24}{6} \right) \text{ A} \Rightarrow I_2 = 4 \text{ A}$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη R_3 είναι:

$$I_3 = I \Rightarrow I_3 = 12 \text{ A}$$

22. α)



Ισχύει:

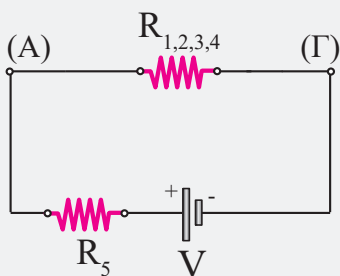
$$R_{1,2} = R_1 + R_2 \Rightarrow$$

$$R_{1,2} = 10\Omega + 20\Omega \Rightarrow R_{1,2} = 30\Omega$$

Και:

$$R_{3,4} = R_3 + R_4 \Rightarrow$$

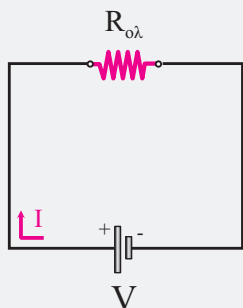
$$R_{3,4} = 5\Omega + 15\Omega \Rightarrow R_{3,4} = 20\Omega$$



Έχουμε:

$$R_{1,2,3,4} = \frac{R_{1,2} \cdot R_{3,4}}{R_{1,2} + R_{3,4}} \Rightarrow$$

$$R_{1,2,3,4} = \left(\frac{30 \cdot 20}{30 + 20} \right) \Omega \Rightarrow R_{1,2,3,4} = 12\Omega$$

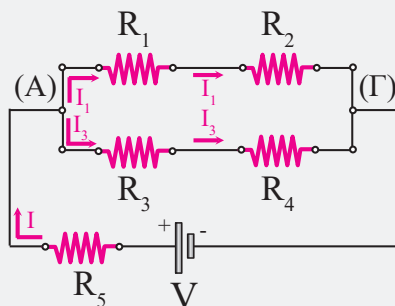


Για την ολική αντίσταση προκύπτει:

$$R_{o\lambda} = R_{1,2,3,4} + R_5 \Rightarrow$$

$$R_{o\lambda} = 12\Omega + 4\Omega \Rightarrow R_{o\lambda} = 16\Omega$$

β)



Για την ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή ισχύει:

$$I = \frac{V}{R_{o\lambda}} \Rightarrow I = \left(\frac{120}{16} \right) A \Rightarrow I = 7,5A$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη R_5 είναι:

$$I_5 = I \Rightarrow I_5 = 7,5A$$

Η τάση στα άκρα Α,Γ είναι:

$$V_{A\Gamma} = IR_{1,2,3,4} \Rightarrow$$

$$V_{A\Gamma} = (7,5 \cdot 12) V \Rightarrow V_{A\Gamma} = 90V$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη R_1 είναι:

$$I_1 = \frac{V_{A\Gamma}}{R_{1,2}} \Rightarrow I_1 = \left(\frac{90}{30} \right) A \Rightarrow I_1 = 3A$$

γ) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη R_3 είναι:

$$I_3 = I - I_1 \Rightarrow I_3 = 7,5A - 3A \Rightarrow I_3 = 4,5A$$

Για την τάση στα άκρα του αντιστάτη R_3 έχουμε:

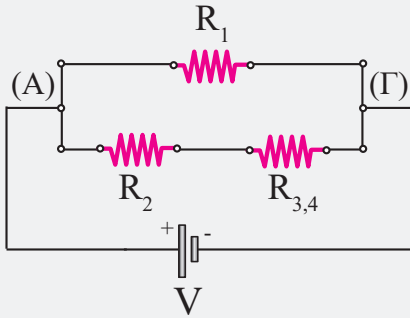
$$V_3 = I_3 R_3 \Rightarrow V_3 = (4,5 \cdot 5) V \Rightarrow V_3 = 22,5 V$$

23. α) Για την τάση στα άκρα της πηγής ισχύει:

$$V = V_{A\Gamma} = I_1 R_1 \Rightarrow V = (10 \cdot 20) V \Rightarrow$$

$$V = 200V$$

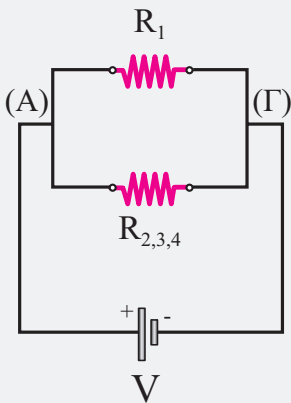
β)



Έχουμε:

$$R_{3,4} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} \Rightarrow$$

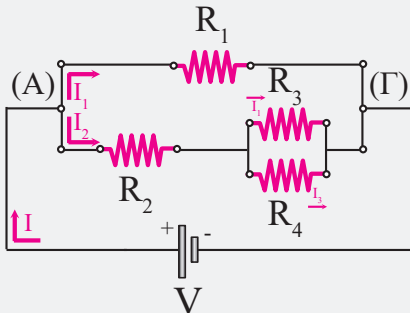
$$R_{3,4} = \left(\frac{10 \cdot 15}{10 + 15} \right) \Omega \Rightarrow R_{3,4} = 6 \Omega$$



Ισχύει:

$$R_{2,3,4} = R_2 + R_{3,4} \Rightarrow$$

$$R_{2,3,4} = 14 \Omega + 6 \Omega \Rightarrow R_{2,3,4} = 20 \Omega$$



Έχουμε:

$$V_{AG} = I_2 R_{2,3,4} \Rightarrow I_2 = \frac{V_{AG}}{R_{2,3,4}} \Rightarrow$$

$$I_2 = \left(\frac{200}{20} \right) A \Rightarrow I_2 = 10 A$$

Προκύπτει:

$$V_2 + V_{3,4} = V_{AG} \Rightarrow V_{3,4} = V_{AG} - I_2 R_2 \Rightarrow$$

$$V_{3,4} = (200 - 10 \cdot 14) V \Rightarrow V_{3,4} = 60 V$$

 Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη R_3 είναι:

$$I_3 = \frac{V_{3,4}}{R_3} \Rightarrow I_3 = \left(\frac{60}{10} \right) A \Rightarrow I_3 = 6 A$$

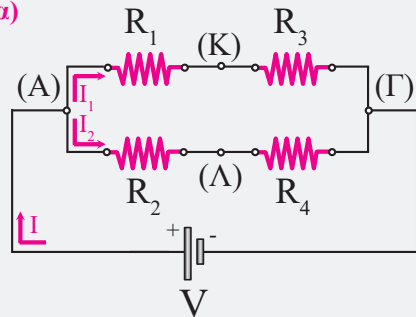
 γ) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη R_4 είναι:

$$I_4 = I_2 - I_3 \Rightarrow I_4 = 10 A - 6 A \Rightarrow I_4 = 4 A$$

 Για τη θερμική ισχύ του αντιστάτη R_4 Προκύπτει:

$$P_4 = I_4^2 R_4 \Rightarrow P_4 = (4 \cdot 15) W \Rightarrow P_4 = 240 W$$

24. α)


 Για την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη R_2 ισχύει:

$$P_2 = I_2^2 R_2 \Rightarrow I_2 = \sqrt{\frac{P_2}{R_2}} \Rightarrow$$

$$I_2 = \left(\sqrt{\frac{100}{4}} \right) A \Rightarrow I_2 = 5 A$$

Έχουμε:

$$R_{2,4} = R_2 + R_4 \Rightarrow$$

$$R_{2,4} = 4\Omega + 8\Omega \Rightarrow R_{2,4} = 12\Omega$$

Για την τάση της πηγής προκύπτει:

$$V = V_{AG} \Rightarrow V = I_2 R_{2,4} \Rightarrow V = (5 \cdot 12) V \Rightarrow$$

$$V = 60V$$

γ) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τους αντιστάτες R_3, R_1 είναι:

$$I_1 = \frac{V_{AG}}{R_{1,3}} \Rightarrow I_1 = \frac{V_{AG}}{R_1 + R_3} \Rightarrow$$

$$I_1 = \left(\frac{60}{2+4} \right) A \Rightarrow I_1 = 10A$$

Έχουμε:

$$V_A - V_K = I_1 R_1 (1)$$

Και:

$$V_A - V_A = I_2 R_2 (2)$$

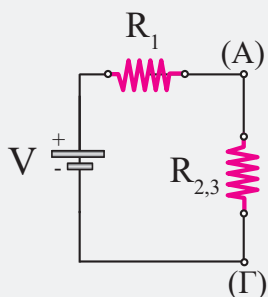
Αφαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει:

$$-V_A + V_K = I_2 R_2 - I_1 R_1 \Rightarrow$$

$$V_K - V_A = (5 \cdot 4 - 10 \cdot 2) V \Rightarrow$$

$$V_K - V_A = 0$$

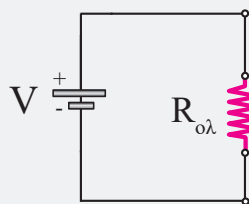
25. α)



Ισχύει:

$$R_{2,3} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \Rightarrow R_{2,3} = \left(\frac{2,5 \cdot 5}{2,5 + 5} \right) \Omega \Rightarrow$$

$$R_{2,3} = \frac{5}{3} \Omega$$



Για την ολική αντίσταση του κυκλώματος έχουμε:

$$R_{ολ} = R_1 + R_{2,3} \Rightarrow R_{ολ} = \frac{1}{3} \Omega + \frac{5}{3} \Omega \Rightarrow$$

$$R_{ολ} = 2\Omega$$

β) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη R_1 είναι:

$$I_1 = \frac{V}{R_{ολ}} \Rightarrow I_1 = \left(\frac{10}{2} \right) A \Rightarrow I_1 = 5A$$

Το ποσό θερμότητας που εκλύεται από τον αντιστάτη R_1 είναι:

$$Q_1 = I_1^2 R_1 \cdot \Delta t \Rightarrow Q_1 = \left(25 \cdot \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 60 \right) J \Rightarrow$$

$$Q_1 = 2500J$$

γ) Για την τάση στα άκρα Α,Γ Ισχύει:

$$V_{AG} = I_1 R_{2,3} \Rightarrow V_{AG} = \left(5 \cdot \frac{5}{3} \right) V \Rightarrow$$

$$V_{AG} = \frac{25}{3} V$$

26. α) Από τα χαρακτηριστικά κανονικής λειτουργίας της συσκευής προκύπτει:

$$I_k = \frac{P_k}{V_k} \Rightarrow I_k = \left(\frac{2000}{200} \right) A \Rightarrow$$

$$I_k = 10A$$

Η αντίσταση της θερμικής συσκευής είναι:

$$R_1 = \frac{V_k}{I_k} \Rightarrow R_1 = \left(\frac{200}{10} \right) \Omega \Rightarrow$$

$$R_1 = 20\Omega$$

β) Ισχύει:

$$R_{1,3} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} \Rightarrow R_{1,3} = \left(\frac{20 \cdot 20}{20 + 20} \right) \Omega \Rightarrow$$

$$R_{1,3} = 10\Omega$$

Για την ολική αντίσταση προκύπτει:

$$R_{ολ} = R_{1,3} + R_2 \Rightarrow$$

$$R_{ολ} = 10\Omega + 10\Omega \Rightarrow R_{ολ} = 20\Omega$$

Έχουμε:

$$I = \frac{V}{R_{ολ}} \Rightarrow I = \left(\frac{100}{20} \right) A \Rightarrow I = 5A$$

Ισχύει:

$$I_3 = \frac{V_{1,3}}{R_3} \Rightarrow I_3 = \left(\frac{50}{20} \right) A \Rightarrow I_3 = 2,5A$$

Η θερμική ισχύς του αντιστάτη R_3 είναι:

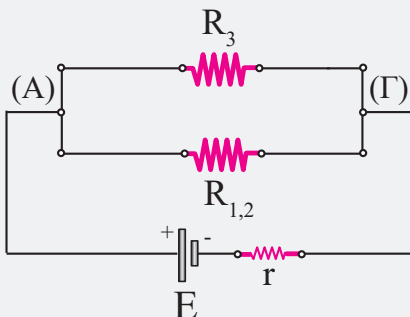
$$P_3 = I_3^2 R_3 \Rightarrow P_3 = (6,25 \cdot 20) W \Rightarrow P_3 = 125W$$

γ) Ισχύει:

$$I_1 = \frac{V_{1,3}}{R_1} \Rightarrow I_1 = \left(\frac{50}{20} \right) A \Rightarrow I_1 = 2,5A$$

Επειδή $I_1 < I_K$ η συσκευή δε λειτουργεί κανονικά.

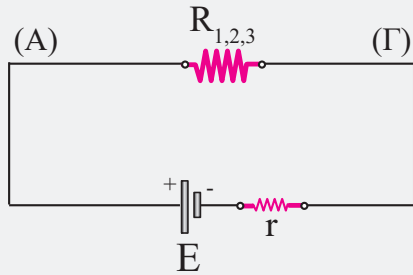
27. α)



Έχουμε:

$$R_{1,2} = R_1 + R_2 \Rightarrow$$

$$R_{1,2} = 4\Omega + 2\Omega \Rightarrow R_{1,2} = 6\Omega$$



Ισχύει:

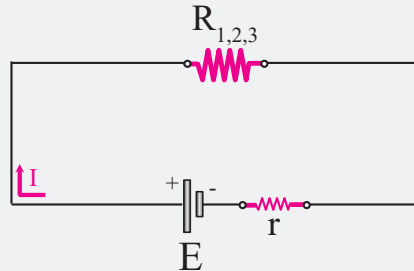
$$R_{1,2,3} = \frac{R_{1,2} \cdot R_3}{R_{1,2} + R_3} \Rightarrow$$

$$R_{1,2,3} = \left(\frac{6 \cdot 2}{6 + 2} \right) \Omega \Rightarrow R_{1,2,3} = 1,5\Omega$$

Για την ολική αντίσταση προκύπτει:

$$R_{ολ} = R_{1,2,3} + r \Rightarrow$$

$$R_{ολ} = 1,5\Omega + 1,5\Omega \Rightarrow R_{ολ} = 3\Omega$$



Η ένταση του ρεύματος με το οποίο η πηγή τροφοδοτεί το κύκλωμα είναι:

$$I = \frac{E}{R_{ολ}} \Rightarrow I = \left(\frac{30}{3} \right) A \Rightarrow I = 10A$$

β) Για την πολική τάση της πηγής ισχύει:

$$V_{\pi} = E - Ir \Rightarrow V_{\pi} = (30 - 10 \cdot 1,5) V \Rightarrow$$

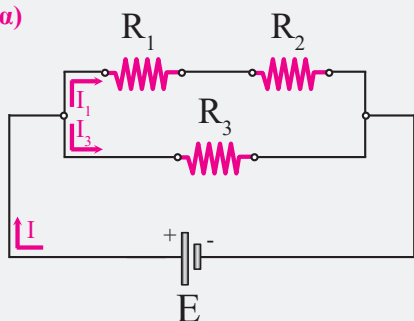
$$V_{\pi} = 15V$$

γ) Η ισχύς που παρέχει η πηγή στο εξωτερικό κύκλωμα είναι:

$$P_{εξ} = V_{\pi} I \Rightarrow P_{εξ} = (15 \cdot 10) W \Rightarrow$$

$$P_{εξ} = 150W$$

28. α)



Ισχύει:

$$V_3 = E \Rightarrow V_3 = 40V.$$

β) Επειδή $R = \rho \frac{l}{S}$ ισχύει $R_1 = R$, $R_2 = 2R$ και $R_3 = 2R$.

Προκύπτει για τις αντιστάσεις ότι:

$$R_3 = \frac{V_3}{I} \Rightarrow R_3 = \left(\frac{40}{2} \right) \Omega \Rightarrow$$

$$R_3 = 20\Omega$$

Επομένως, θα έχουμε:

$$R_2 = 20\Omega \text{ και } R_1 = 10\Omega$$

γ) Ισχύει:

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_2} \Rightarrow I_1 = \left(\frac{40}{10 + 20} \right) A \Rightarrow$$

$$I_1 = \frac{4}{3} A$$

Η ισχύς που καταναλώνεται στο σύρμα (1) είναι:

$$P_1 = I_1^2 R_1 \Rightarrow P_1 = \left(\frac{16}{9} \cdot 10 \right) W \Rightarrow$$

$$P_1 = \frac{160}{9} W$$

29. α) Ισχύει:

$$P_{R_2} = I_{1,2}^2 R_2 \Rightarrow I_{1,2} = \sqrt{\frac{P_{R_2}}{R_2}} \Rightarrow$$

$$I_{1,2} = \left(\sqrt{\frac{32}{8}} \right) A = 2A$$

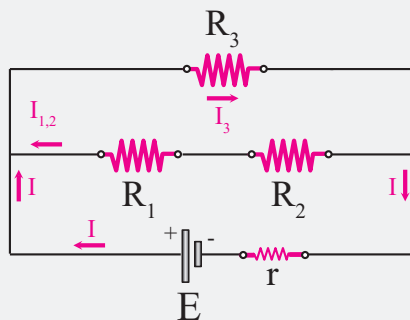
Όμως:

$$V_{1,2} = I_{1,2} R_{1,2} \Rightarrow V_{1,2} = I_{1,2} \cdot (R_1 + R_2) \Rightarrow$$

$$V_{1,2} = [2 \cdot (2 + 8)] V \Rightarrow V_{1,2} = 20V$$

Επίσης ισχύει:

$$V_{1,2} = V_3 = 20V$$



Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη R_3 είναι:

$$I_3 = \frac{V_3}{R_3} \Rightarrow I_3 = \left(\frac{20}{10} \right) A \Rightarrow I_3 = 2A$$

Από τον 1^ο κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο Α τελικά παίρνουμε:

$$I = I_{1,2} + I_3 \Rightarrow I = 2 + 2 \Rightarrow I = 4A$$

β) Ισχύει:

$$V_{1,2} = V_3 = V_\pi = 20V$$

Για την εσωτερική αντίσταση της πηγής έχουμε:

$$V_\pi = E - I r \Rightarrow r = \frac{E - V_\pi}{I} \Rightarrow$$

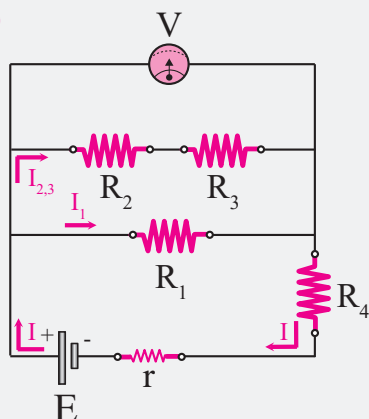
$$r = \left(\frac{36 - 20}{4} \right) \Omega \Rightarrow r = 4\Omega$$

γ) Ο ρυθμός με τον οποίο εκλύεται θερμότητα από τον αντιστάτη R_3 είναι:

$$\frac{\Delta Q_{R_3}}{\Delta t} = P_{R_3} = \frac{V_3^2}{R_3} \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta Q_{R_3}}{\Delta t} = \left(\frac{20^2}{10} \right) \frac{J}{s} \Rightarrow \frac{\Delta Q_{R_3}}{\Delta t} = 40 \frac{J}{s}$$

30. α)



Το βολτόμετρο μετράει την τάση στα άκρα ΑΓ. Δηλαδή $V_{AG} = 12V$.

R_2 και R_3 είναι συνδεδεμένοι σε σειρά. Η ένταση του ρεύματος που τους διαρρέει είναι:

$$I_{2,3} = \frac{V_{AG}}{R_{2,3}} \Rightarrow I_{2,3} = \frac{V_{AG}}{R_2 + R_3} \Rightarrow$$

$$I_{2,3} = \left(\frac{12}{4+8} \right) A \Rightarrow I_{2,3} = 1A$$

Επομένως, ισχύει:

$$I_2 = I_3 = 1A$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη R_1 είναι:

$$I_1 = \frac{V_{AG}}{R_1} \Rightarrow I_1 = \left(\frac{12}{4} \right) A \Rightarrow I_1 = 3A$$

Εφαρμόζοντας τον 1^ο κανόνα του Κίρχοφ, προκύπτει:

$$I = I_1 + I_{2,3} \Rightarrow I = 3A + 1A \Rightarrow$$

$$I = 4A$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον R_4 είναι:

$$I_4 = I \Rightarrow I_4 = 4A$$

β) Για την πολική τάση της πηγής ισχύει:

$$V_{\pi} = V_4 + V_1 \Rightarrow E - Ir = IR_4 + V_{AG} \Rightarrow$$

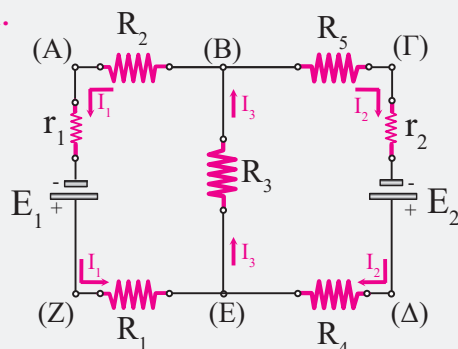
$$R_4 = \frac{E - Ir - V_{AG}}{I} \Rightarrow$$

$$R_4 = 2\Omega$$

γ) Η ισχύς που παρέχει η πηγή σε ολόκληρο το κύκλωμα είναι:

$$P_{\eta\lambda} = EI \Rightarrow P_{\eta\lambda} = (24 \cdot 4) W \Rightarrow P_{\eta\lambda} = 96W$$

31.



Από την εφαρμογή του 1^{ου} κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο Ε, προκύπτει:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0(1)$$

Εφαρμόζουμε τον 2^ο κανόνα του Kirchhoff στον βρόχο ΑΒΕΖΑ. Ισχύει:

$$E_1 - I_1 r_1 - I_1 R_1 - I_3 R_3 - I_1 R_2 = 0 \Rightarrow$$

$$5 - 0,5I_1 - 2I_1 - 5I_3 - 2,5I_1 = 0 \Rightarrow$$

$$I_1 + I_3 = 1(2)$$

Εφαρμόζουμε τον 2^ο κανόνα του Kirchhoff στον βρόχο ΒΓΔΕΒ. Ισχύει:

$$-I_2 R_5 + E_2 - I_2 r_2 - I_2 R_4 - I_3 R_3 = 0 \Rightarrow$$

$$-2I_2 + 10 - 2,5I_2 - 5,5I_2 - 5I_3 = 0 \Rightarrow$$

$$2I_2 + I_3 = 2(3)$$

Από τις σχέσεις (1), (2), (3) προκύπτει:

$$I_1 = 0,2A, I_2 = 0,6A, I_3 = 0,8A$$

Πανοράματα

▣ Σελ. 814 **Φύλλο Εργασίας 16** - ΘΕΜΑ 13

γ) $B' = 8 \cdot 10^{-4} \text{ T}$